Hacia una Socio-Lingüística Matemática

José Luis Alvarez Enparantza
Txillardegi
(Profesor Emérito de la UPV/EHU)

Hacia una Socio-Lingüística Matemática

Euskal Soziolinguistika Institutua
sortzen

Ategorrieta 23, 1.esk. - 20013 - Donostia
Tfnoa: 943 344 562
sei@sortu.org
ISBN: 84-607-3767-5
Depósito legal: NA. 836-2002
Imprenta: Gráficas Lizarra

Í N D I C E

Introducción

En el seno de las minorías lingüísticas en lucha por su supervivencia colectiva, surgen con frecuencia individualidades bien dotadas que muy bien hubieran podido labrarse, en otras latitudes, un prestigio académico confortable en el ámbito personal de su especialidad; pero que se ven forzadas a intervenir en defensa de su comunidad de formas bien distintas, y en función de las circunstancias históricas concretas y de las necesidades urgentes que la van condicionando.

Se trata de esos que Gramsci llamaba "intelectuales orgánicos", cuyas capacidades son puestas estrictamente al servicio de su pueblo.

Txillardegi, autor del presente volumen, pertenece a esa categoría. Su nombre es bien conocido tanto dentro de Euskal Herria como más allá de sus fronteras; y a la vez, como político, y como teórico del quehacer político, pero también como novelista y como investigador universitario en el terreno de la Socio-Lingüística.

Durante los 30 años transcurridos desde que le conozco, he sido sorprendido una y otra vez por la persistencia en su actividad de los dos principios que dan unidad a su vida y a su trabajo.

El primero de ellos es la búsqueda permanente e incansable de respuestas a la pregunta de Chernyshevsky: "¿qué hay que hacer?". Esta le ha llevado a ampliar sus lecturas a través de lenguas y disciplinas diversas, y a indagar situaciones análogas en otras minorías lingüísticas; con la vista puesta siempre en la búsqueda de soluciones.

El segundo principio es la comprensión plena, por la propia praxis personal, de que las lenguas viven no simplemente gracias a los esfuerzos realizados *en su favor*, sino también como consecuencia del esfuerzo realizado para *utilizar* esas lenguas en todas las necesidades de la vida moderna, tanto a nivel político como intelectual.

El presente volumen es una buena ilustración de lo que estamos diciendo.

La teoría expuesta está basada en los trabajos publicados durante más de 20 años, en versiones diversas, en varios libros, y también en la revista **Bat**.

La teoría lleva la lógica universal de las Matemáticas al análisis cuantitativo de las situaciones concretas, que los lectores conocen bien por su propia experiencia. Y justamente porque la preocupación está enraizada es una situación lingüística dada, la teoría puede ser fácilmente entendida, por analogía, por los locutores de lenguas minorizadas en lucha también por resistir, e intervenir incluso, en el curso de los acontecimientos y el signo de la evolución.

Aun cuando la validez de los argumentos solo puede ser valorada plenamente por quienes poseen una base matemática suficiente, las situaciones a que se hace referencia en el trabajo son directamente comprensibles por los miembros de las comunidades minorizadas que viven a diario las experiencias que aquí se describen.

Si bien el **nivel de uso**, por los bilingües, de la lengua minorizada es siempre más bajo que el **nivel de conocimiento**, ello no es debido, contra lo que se asevera a veces, "a la desidia culpable de los bilingües"; sino que se deriva inevitablemente del condicionamiento *propiamente matemático global* de las situación socio-lingüística en que se desenvuelven los bilingües.

Este volumen no solo ofrece a las individualidades conscientes de las minorías lingüísticas una comprensión más clara del mundo en que están inmersos, sino que puede convertirse también en la base firme cara al abanico de las diferentes políticas lingüísticas posibles a la hora de proponer una Planificación.

El análisis matemático permite, por otra parte, superar las polémicas, estériles y puramente retóricas, que esterilizan muchas veces las discusiones sobre temas socio-lingüísticos, incluso cuando tienen lugar a nivel académico.

Quienes desean replicar que los derechos lingüísticos *individuales* no deben ser limitados por los derechos *territoriales y colectivos*, deberán rendirse ahora a la evidencia incontrovertible de que en una sociedad unificada tal actitud lleva a la consunción de la lengua minorizada. Y esto incluso cuando exista una mayoría de bilingües, en coexistencia con una minoría de *monolingües* del otro grupo lingüístico.

Ya que es la **utilización** de una lengua en una comunidad bilingüe, y **no su conocimiento**, la que determina en último término la supervivencia o la extinción de las lenguas.

Más de 40 millones de ciudadanos de la Unión Europea hablan hoy una lengua distinta de la oficial del Estado en que viven. Todos los Estados de Europa central y oriental que presentan actualmente demandas de admisión como miembros de pleno derecho en la misma, poseen sus propias lenguas minorizadas. Y, por otra parte, no hay que olvidar que Europa constituye, a nivel mundial, el continente que posee el más bajo de los niveles de plurilingüismo entre todos.

Los grupos que se expresan en una lengua minorizada buscan, en todas partes, soluciones justas a sus problemas. Y, simultáneamente, y de modo progresivo, también los grupos lingüísticamente mayoritarios van cayendo en la cuenta de que un correcto ordenamiento jurídico, en el ámbito socio-lingüístico, es fundamental con vistas a la paz y a la estabilidad.

Pero los principios morales y políticos, y las políticas lingüísticas consiguientes, si han de ser específicas y eficaces, necesitan superar también la prueba de su propia puesta en práctica. Necesitan, en suma, una fundamentación teórica sólida; que es, precisamente lo que ofrece este libro.

Por consiguiente, auguro a este trabajo de Txillardegi una amplia audiencia internacional. Merece ser leído atentamente, y que las conclusiones a que conduce, sean tenidas en cuenta a la hora de actuar.

NED THOMAS

Director académico del Mercator Center

Universidad de Gales

ABERYSTWYTH

I
Niveles de conocimiento de las lenguas en una comunidad bilingüe

1.1.- El objetivo fundamental de este trabajo es el análisis matemático de las comunidades bilingües; en que **se conocen** y **se utilizan** dos lenguas: A y B.

En principio, también podría haberse elegido como centro de atención el conjunto de las comunidades multilingües, con 2 o más lenguas en presencia: A, B, C, D, E...

El análisis matemático de estas comunidades también es posible; y las expresiones analíticas a que se llega no son inabordables. Aunque sí más complejas que las que se encuentran en las comunidades bilingües; que expondremos aquí.

Por más que, también en éstas, pueda haber (y haya frecuentemente) personas trilingües, etc. Y que también, en el otro extremo, coexistan locutores monolingües, en una u otra de las dos lenguas que definen la comunidad.

Pero aquí solo fijaremos nuestra atención en las dos lenguas A y B, en las condiciones y límites que se irán aclarando en páginas posteriores.

Simplemente constatamos que en ese territorio analizado se conocen y se utilizan 2 lenguas: A y B.

Pero dando un paso más, llamaremos B a la lengua propia, nativa, originaria del territorio; y A a la lengua importada, advenediza, exterior, superpuesta.

Y no prejuzgaremos nada respecto a los corpus y status respectivos.

1.2.- En tal caso, constataremos igualmente, que **coexisten** 3 tipos de locutores en el seno de la comunidad:

- Locutores *a*, que solo conocen y pueden utilizar la lengua A. Se trata de locutores monolingües en lengua A; que, funcionalmente y cara a su praxis social, solo conocen y usan la lengua A
- Locutores *b*, que solo conocen y pueden utilizar la lengua B. Se trata de locutores monolingües en la lengua B; que, funcionalmente solo conocen y usan la lengua B.
- Locutores *x*, que conocen y pueden utilizar, indistintamente, tanto la lengua A como la lengua B. Para las consideraciones matemáticas que siguen, se tratará de locutores perfectamente bilingües, que comprenden y usan sin problemas (según las necesidades comunicativas de cada momento) las dos lenguas en presencia. Y que pueden cambiar sin dificultad de código lingüístico; pasando de A a B; o, a la inversa, de B a A.

De sobra es sabido que no existen, normalmente, ni locutores *a* ni *b* estrictamente monolingües; ni menos aún locutores *x*, perfectamente bilingües, equilibrados a todos los niveles; y con los dos sistemas lingüísticos estancos; y libres de interferencias fonológicas, morfológicas o léxicas.

Los bilingües y los monolingües reales son solo aproximaciones, más o menos imperfectas, a ese desideratum. Por lo que al utilizar e interpretar las formulaciones matemáticas, se tendrá siempre bien presente este punto de partida.

Pero admitiremos, conscientemente, esa hipótesis del bilingüismo perfecto de los locutores *x*. Porque esa situación, "extrema" y " pura", nos ayudará a clarificar lo que ocurre en las comunidades bilingües reales.

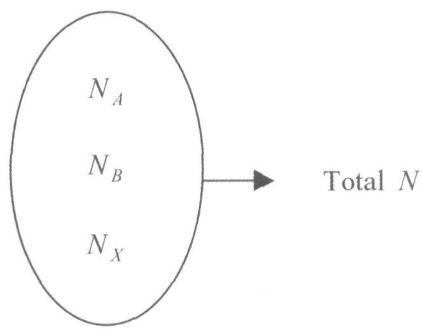
Este será el punto de partida para cuanto sigue; mientras no se estipule explícitamente lo contrario en algunos casos precisos.

1.3.- Consideremos así, para comenzar, una comunidad bilingüe (de lenguas A y B) de N locutores.

Los locutores pueden distribuirse en 3 grupos:

- un grupo de N_A locutores monolingües *a*, que solo conocen y pueden funcionar (socialmente, por decirlo de alguna manera) en la lengua A;
- un grupo de N_B locutores monolingües *b*, que solo conocen y pueden funcionar en la lengua B;
- y, finalmente, un grupo de N_X locutores bilingües, que pueden funcionar indistintamente, tanto en lengua A como en lengua B.

Es decir:



Obviamente, siempre se cumple que:

$$N_A + N_B + N_X = N$$

Y dividiendo todo por N:

$$\frac{N_A}{N} + \frac{N_B}{N} + \frac{N_X}{N} = 1$$

Los tres sumandos representan sucesivamente:

$\frac{N_A}{N} = e_A$, la proporción de los monolingües *a*, de lengua A, en la comunidad.

$\frac{N_B}{N} = e_B$, la proporción de los monolingües *b*, de lengua B, en la comunidad.

$\frac{N_X}{N} = e_X$, la proporción de los bilingües *x*, de lenguas A y B, en la comunidad.

En consecuencia, en toda comunidad bilingüe, se cumple siempre que:

$$\boxed{e_A + e_B + e_X = 1}$$

1.31.- De esta ecuación se deduce que:

$$\boxed{e_A + e_B = 1 - e_X}$$

- En el caso **habitual**, con un grupo de bilingües no nulo ($e_X \neq 0$), se cumple que:

$$e_A + e_B < 1$$

La suma de las proporciones de los monolingües, es inferior a la unidad.

- **Solo excepcionalmente** (cuando no hay bilingües, $e_X = 0$) dicha suma iguala a la unidad:

$$e_A + e_B = 1$$

1.32.- Simultáneamente, si llamamos N'_A, al total de los locutores que conocen la lengua A (total que comprende tanto a los N_A, monolingües *a* de la lengua A; como los N_X, bilingües, que **también** conocen A), podremos escribir:

$$N'_A = N_A + N_X$$

Y, análogamente, fijando ahora nuestra atención en la lengua B:

$$N'_B = N_B + N_X$$

(este grupo de locutores de B consta también de 2 partes: los N_B monolingües *b* de lengua B; más los N_X bilingües, que **también** conocen B).

Si dividimos estas dos ecuaciones por *N*, obtenemos sucesivamente:

$$\boxed{\begin{array}{c} e'_A = e_A + e_X \\ e'_B = e_B + e_X \end{array}}$$

Y efectuando ahora la suma de ambas:

$$e'_A + e'_B = (e_A + e_X) + (e_B + e_X) = 1 + e_X$$

$$\boxed{e'_A + e'_B = 1 + e_X}$$

Es decir que, habitualmente, la suma de los locutores capaces de desenvolverse en una u otra de las lenguas, es **superior** a la unidad:

$$e'_A + e'_B > 1$$

excepto en el caso extremo, cuando no hay bilingües; en que:

$$e'_A + e'_B = 1$$

Todo esto debe ser muy tenido en cuenta al analizar las comunidades bilingües; y en especial los Censos, que habitualmente ofrecen cifras relativas al conocimiento de las dos lenguas presentes.

Con mucha frecuencia se utilizan erróneamente las cifras, no se tienen en cuenta las inecuaciones básicas señaladas más arriba; y se deducen conclusiones y diagnósticos simplemente falsos.

1.4.- Aclaremos lo que venimos diciendo con un ejemplo numérico sencillo, y presentemos los esquemas gráficos correspondientes.

Supongamos una comunidad lingüística de 4200 locutores. Es decir:

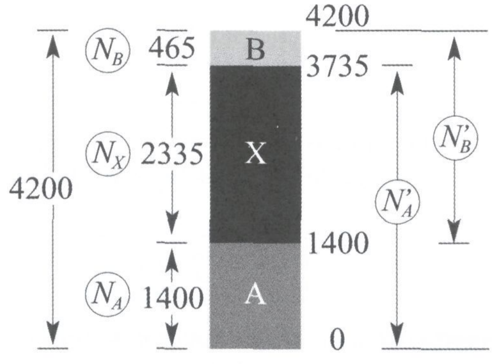
$$N = 4200$$

Y supongamos que el Censo ha arrojado los siguientes niveles de conocimiento de las 2 lenguas:

$N_A =$ 1400 (monolingües *a*)
$N_B =$ 465 (monolingües *b*)
$N_X =$ 2335 (bilingües *x*)

Es decir que en este pueblo (provincia, comarca, etc.) hay:
- un total de 1400 personas, que conocen A y solo A;
- un total de 465 personas, que conocen B y solo B;
- un total de 2335 personas bilingües.

Gráficamente,



Hay 4 conjuntos de locutores que nos interesan:

N_A = conjunto de locutores **monolingües** de lengua A
(N_A = 1400)
N_B = conjunto de locutores **monolingües** de lengua B
(N_B = 465)
(Se trata de 2 conjuntos **homogéneos**)

N'_A = total de locutores capaces de desenvolverse en lengua A
(N'_A = 1400 + 2335 = 3735)
(Es un conjunto **heterogéneo**, mixto, compuesto de monolingües *a*, y bilingües *x*)
N'_B = total de locutores capaces de desenvolverse en lengua B.
(N'_B = 465 + 2335 = 2800)
(Es otro conjunto **heterogéneo**, mixto, compuesto de monolingües *b* y monolingües *x*).
(Se trata de 2 conjuntos **mixtos**, **heterogéneos**).

Ya hemos dicho que hay 2 ecuaciones a recordar:

$$\boxed{\begin{array}{l} N_A + N_B = N - N_X \\ N'_A + N'_B = N - N_X \end{array}}$$

Fe de errata:
Esta ecuación ha sido modificada siguiendo las indicaciones del autor

Si sumamos las expresiones:

$$(N_A + N_B) + (N'_A + N'_B) = 2N$$

que se cumple siempre.

O, pasando a niveles unitarios:

$$(e_A + e_B) + (e'_A + e'_B) = 2$$

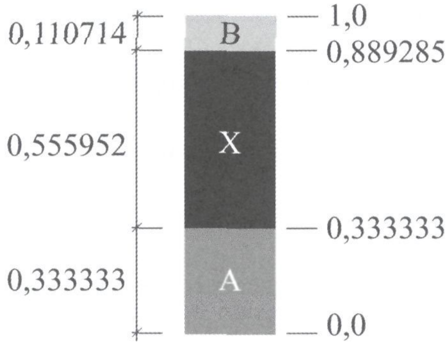
Aplicando las fórmulas a nuestro ejemplo

$$e_A = \frac{N_A}{N} = \frac{1400}{4200} = 0{,}3333333$$

$$e_X = \frac{N_X}{N} = \frac{2335}{4200} = 0{,}555952$$

$$e_B = \frac{N_B}{N} = \frac{465}{4200} = 0{,}110714$$

$$e_A + e_B + e_X = 0{,}9999999 \approx 1$$



$$e_A + e_B = 0{,}444047 < 1$$
$$e'_A + e'_B = 1{,}555951 > 1$$
$$(e_A + e_B) + (e'_A + e'_B) = 2$$

1.5.- Ya se ha dicho más arriba:

$$e_A + e_B \leq 1$$
$$e'_A + e'_B \geq 1$$

inecuaciones fundamentales en toda comunidad bilingüe.

1.6.- Pero, por otra parte, si tenemos:

$$\boxed{e_A > e_B}$$

eso quiere decir que A es la lengua dominante; independientemente de los bilingües.

Puesto que, si añadimos e_X a los dos miembros:

$$e_A + e_X > e_B + e_X$$

O sea:

$$\boxed{e'_A > e'_B}$$

Si los monolingües *a* son más que los monolingües *b*, A es dominante. Todos los que conocen A, son más que todos los que conocen B.

A nivel de conocimiento, A es la lengua dominante; y B la lengua dominada. Los bilingües no alteran la relación de dominancia.

Son los **monolingües** los que definen la dominancia.

Cuando $N_A > N_B$ eso basta para saber que es A la lengua dominante.

Más claramente aún **a nivel de uso**, como veremos en páginas posteriores.

1.7.- ¿Qué ocurre cuando los monolingües *b* desaparecen? Es decir, cuando $e_B = 0$.

Esta es una situación pre-terminal, muy frecuente en los pueblos que pierden su lengua propia B. Y a la que llegan, tras una fase, anterior, de desaparición de los últimos monolingües *b*.

En ese estadio pre-terminal podemos escribir

$$e_B = 0$$

Y entonces:

$$e_A + e_X = 1$$

que también puede escribirse:

$$e_X = 1 - e_A$$

En ese momento (basta releer las fórmulas generales):

$$e'_A = e_A + e_X = 1$$

(todos los miembros de la comunidad conocen A)

$$e'_B = e_X$$

(el número de los locutores capaces de hablar la lengua B, coincide con el número de las personas bilingües)

Esto origina todo un cúmulo de confusiones, y de errores graves de apreciación.

Por una parte se camufla el hecho de que los locutores de B, **todos bilingües ahora**, solo constituyen un sub-conjunto de la comunidad de hablantes.

Por la otra, no suele aparecer claro, al observador inocente, que la lengua B nunca es ya necesaria para la comunicación, puesto que siempre es posible entenderse en la lengua A, la lengua objetivamente compartida por todos.

Como solía decir L. Aracil, la lengua B se convierte en "lengua dispensable"; en tanto que la lengua A es la "lengua indispensable"en la comunidad.

En consecuencia, si los bilingües, por las razones que sean, deciden utilizar A entre ellos, la lengua B desaparecerá literalmente de la circulación; y sin el menor trauma social.

Cuando los últimos monolingües *b* desaparecen, la lengua B solo se mantendrá vigente si los bilingües, libremente, la utilizan como vehículo de comunicación entre ellos; cuando la elección de A es también posible.

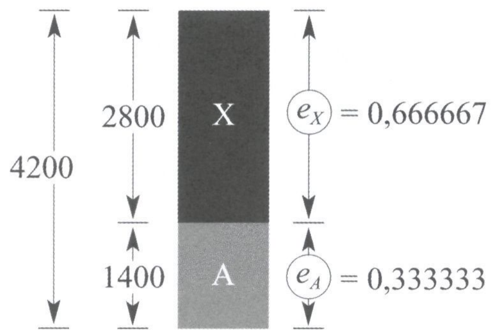
1.71.- Aclaremos esto con un ejemplo numérico:

$N_A = 1400$ (monolingües *a*)

$N_X = 2800$ (bilingües)

$N = 4200$ (total de locutores)

Representemos gráficamente la situación:



$$e_A = \frac{N_A}{N} = \frac{1400}{4200} = 0{,}3333333$$

$$e_X = \frac{N_X}{N} = \frac{2800}{4200} = 0{,}666667$$

- Personas que conocen A:

$$N'_A = N_A + N_X = 1400 + 2800 = 4200 \text{ (=todos)}$$

o bien, en proporciones unitarias:

$$e'_A = e_A + e_X = 0{,}333333 + 0{,}666667 = 1 \text{ (totalidad)}$$

- Personas que conocen B:

$$N'_B = N_B + N_X = 0 + 2800 = 2800$$

$$e'_B = e_B + e_X = 0 + 0{,}666667 = 0{,}666667$$

$$e_A' > e_B'$$

$$e_A + e_B = 0{,}333333 + 0 = 0{,}333333 < 1$$

$$e'_A + e'_B = 1 + 0{,}666667 = 1{,}666667 > 1$$

Y el total:

$$(e_A + e_B) + (e'_A + e'_B) = 2$$

1.8.- Llegados a este punto se impone hacer unas consideraciones fundamentales.

Las cantidades e_A y e_B, por un lado, homogéneas, y correspondientes a los monolingües; y las cantidades e'_A y e'_B, por el otro, mixtas, heterogéneas, no son directamente comparables con las anteriores.

Por la sencilla razón de que las cantidades N_A y N_B, totales de monolingües; y N'_A y N'_B, mixtas (que están en su origen) tampoco lo son.

1.81.- Aclarémoslo con otro ejemplo numérico, a partir del utilizado en 1.71.

$N_A = 1400$; $N_X = 2800$; $N = 4200$

Los 4 conjuntos fundamentales de la comunidad son los siguientes:

$N_A = 1400$ (locutores *a*, monolingües en lengua A)

$N_B = 0$ (en la población elegida no hay monolingües *b*)

$N'_A = N_A + N_X = 1400 + 2800 = 4200$ (que es un conjunto mixto; compuesto de 1400 monolingües *a*, más 2800 bilingües *x*).

$N'_B = N_B + N_X = 0 + 2800 = 2800$ (que es otro conjunto mixto; compuesto de 0 monolingües *b*, más 2800 bilingües *x*).

Hagamos las comparaciones.

Si comparamos ahora los monolingües respectivos *a* y *b*, tenemos:

$N_A > N_B$ $[1400 > 0]$. Lengua A dominante.

Y si comparamos los conjuntos mixtos:

$N'_A > N'_B$ $[4200 > 2800]$. Lengua A dominante.

La lengua minorizada es siempre B, y la lengua dominante, siempre A.

1.82.- Pero, refiriéndonos ahora al País Vasco, y considerando que A sea el español (o el francés, en la zona Norte); y B la lengua vasca, el planteamiento debe ser hecho de la misma forma. Es decir: A (español o francés) dominante; y B (vasco), minorizado.

Simplemente porque:

$$\boxed{\begin{array}{c} N_A > N_B \\ N'_A > N'_B \end{array}}$$

Pero no suele serlo; incluso entre personas que pasan por ser expertos sociolingüistas.

Lo que suele hacerse con harta frecuencia y total irresponsabilidad científica, es comparar $\boldsymbol{N'_B}$ (**total, mixto** de locutores capaces de utilizar la lengua vasca); con $\boldsymbol{N_A}$ (**parcial, homogéneo** de locutores monolingües a de la lengua A).

Esta comparación no tiene ni pies ni cabeza, y carece de valor sociolingüístico.

N_A es un sub-conjunto parcial de locutores, constituido por solo una parte del montante total delos locutores capaces de desenvolverse en lengua A; que no es N_A, sino N'_A. Recordemos que:

$$N'_A = N_A + N_X$$

de donde se deduce que:

$$\boxed{N_A = N'_A - N_X}$$

Es decir:

$$N_A \leq N'_A \text{ (igual solo si } N_X = 0\text{)}$$

Si comparamos, pues, N'_B (total de locutores capaces de relacionarse en B) con N_A (cifra **parcial**, correspondiente al sub-conjunto de los monolingües *a* de lengua A, española o francesa) estamos tergiversando y falseando la situación.

Diciendo, por ejemplo, como se sigue diciendo con increíble desparpajo, que "la lengua B es dominante en esa población, o comunidad lingüística; porque son más los que conocen la lengua vasca que los que conocen el español o el francés"...

Pero esto es rigurosamente falso.

En la población del ejemplo oiríamos frecuentemente que "los vascófonos son mayoritarios: 2800 frente a 1400". Pero los que conocen la lengua vasca son $N'_B = 2800$; frente a los que conocen la lengua dominante A, respectiva; $N'_A = 4200$. Es decir, todos.

En esa población son más los que conocen A, que los que conocen B:

$$N'_A > N'_B$$

No es de recibo seguir comparando N'_B con N_A; pero simplemente presenta una situación, falsa, menos dramática para la lengua B.

Tampoco sería de recibo comparar N'_A con N_B (error simétrico)

Pero este "error" no se produce en el País Vasco, por presentar un panorama, falso también, pero totalmente desfavorable a B:

$$\begin{cases} N'_A = 4200 \\ N_B = 0 \end{cases}$$

La comparación 4200 > 0 "no interesa"

1.83.- Probablemente la elección de un caso extremo, y hasta grotesco, nos ayude a hacer entender claramente cuanto venimos exponiendo.

Sea:

$$\begin{cases} N_A = 5 \text{ (minoría ínfima de monolingües } a\text{)} \\ N_X = 995 \text{ (mayoría aplastante de bilingües } x\text{)} \\ N = 1000 \text{ (total)} \end{cases}$$

Comparemos ahora **los 4 conjuntos** fundamentales de esa comunidad lingüística:

$$\begin{cases} N_A = 5 \\ N'_A = N_A + N_X = 5 + 995 = 1000 \text{ (todos)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_B = 0 \\ N'_B = N_B + N_X = 0 + 995 = \quad 5 \text{ (no todos)} \end{cases}$$

Comparemos N_A con N_B:

$5 > 0$. A dominante

Comparemos N'_A con N'_B:

$1000 > 995$. A dominante

A es la lengua dominante en esa comunidad. Sin embargo, según la "comparación de moda", se oiría más bien lo siguiente: "hay más gente capaz de hablar B (995), que la que no puede hablar B (5). Luego, en esa población, la lengua B es dominante".

Pero esta afirmación es un sofisma.

En esa población, como acabamos de ver, no es de recibo comparar N'_B (995) con N_A (5). Por las mismas razones por las que no sería de recibo comparar N'_A (1.000) con N_B (0). (Pero esta comparación no se suele hacer por... razones obvias)

En esa población, permítaseme ser tan reiterativo (pero la extensión y popularidad del sofisma me impulsa a ello), todos hablan A (no solo 995); en tanto que los que hablan B son solo 995 los bilingües. Es decir:

$$N_A < N'_A \ (5 < 1000)$$
$$N_B < N'_B \ (0 < 995)$$

1.84.- Analicemos brevemente otro caso análogo, y no menos significativo:

$$\begin{cases} N_A = 995 \text{ (mayoría aplastante de monolingües } a\text{)} \\ N_X = 5 \text{ (minoría ínfima de bilingües } x\text{)} \end{cases}$$

Calculemos los cuatro parámetros fundamentales.

$$\begin{cases} N_A = 995 \\ N'_A = 995 + 5 = 1000 \\ N_B = 0 \\ N'_B = 0 + 5 = 5 \end{cases}$$

Está claro que:

$$N_A > N_B \ (995 > 0)$$
$$N'_A > N'_B \ (995 + 5;\ 0 + 5)$$

A es dominante en ambas hipótesis.

En cuanto a las dos comparaciones "apócrifas", no resultan tentadoras.

N'_B *vs.* N_A ¤ 5 < 995 (A dominante)

N_B *vs.* N'_A ¤0 < 1000 (A dominante)

Los minoritarios salen malparados en ambas.

1.85.- Analicemos otro caso pintoresco

$$\begin{cases} N_A = 500 \text{ ("erdaldunes")} \\ N_X = 500 \text{ ("euskaldunes")} \end{cases}$$

Se nos diría que hay "equilibrio" en esa población: 500 vs. 500. Pero esto es FALSO.

Vayamos a los 4 parámetros fundamentales:

$$N_A = 500$$
$$N'_A = 500 + 500 = 1000$$
$$N_B = 0$$
$$N'_B = 0 + 500 = 500$$

$$\begin{cases} N_A > N_B \ (500 > 0) \\ N'_A > N'_B \ (1000 > 500) \end{cases}$$

A es siempre dominante.

1.9.- Resumiendo.

O se comparan N_A vs. N_B; o se comparan N'_A vs. N'_B. Comparar N'_B con N_A es cometer un fraude intelectual; que disimula la precariedad real de B, incluso a nivel de conocimiento de las 2 lenguas.

Es natural que los enemigos de la lengua minoritaria utilicen la comparación fraudulenta N'_B vs. N_A. Lo que no es normal es que se siga usando como base de criterio incluso por algunos que pretenden ser llamados "expertos" en este terreno, y favorables a B.

Solo pueden ser comparados directamente conjuntos de locutores de la misma naturaleza.

O se comparan los conjuntos de monolingües de la comunidad (es decir, N_A vs. N_B).

O se comparan los conjuntos mixtos de locutores capaces de desenvolverse en cada una de las lenguas (es decir, N'_A vs. N'_B).

Las demás comparaciones, independientemente de las intenciones de quienes las utilizan o propalan, son sofismas; destinados, por lo menos objetivamente, a ocultar o disimular la precariedad real de la lengua B.

Incluso a nivel de conocimiento.

Nada digamos sobre la precariedad a nivel de utilización de la lengua minorizada.

Como veremos en capítulos posteriores.

II
Utilización de las dos lenguas en una comunidad bilingüe

2.1.- En el capítulo anterior solo hemos fijado nuestra atención en los **niveles de conocimiento** de las dos lenguas A y B de la comunidad.

Nos hemos limitado a la **capacidad personal** de los locutores para utilizar las lenguas en presencia, en una especie de análisis psicolingüístico.

Ahora vamos a fijarnos en la **utilización** de las lenguas A y B en la comunidad.

Vamos a efectuar un análisis más **sociolingüístico**; en que la variable principal va a ser ahora el **nivel de uso** de ambas.

2.2.- Para ello el punto de partida va a ser el análisis previo de los **grupos posibles** de la comunidad.

Llamaremos, como hemos venido haciendo más arriba, *a* a los N_A locutores monolingües de lengua A; *b* a los N_B locutores monolingües de lengua B; y *x* a los N_X locutores perfectamente bilingües en A y B.

2.21.- Grupos posibles de 2 personas.

Hay 9 tipos posibles de parejas (grupos de 2 locutores); y son los siguientes: *aa, ab, ax; ba, bb, bx; xa, xb, xx.*

A efectos de la **comunicación** lingüística, el orden en que indicamos los locutores no es pertinente, no tiene ninguna trascendencia. La lengua que se utilizará, por ejemplo, en el grupo *ax*, **es la misma** que se utilizará en el grupo *xa*.

Diciéndolo aún más gráficamente: la lengua que se utilizará en la pareja Ricardo – Marta, es la misma que se utilizará en la pareja Marta – Ricardo.

El orden de citación sería pertinente, por ejemplo, si se tratara de grupos de fonemas (le ≠ el); o de dígitos (42 ≠ 24).

Pero cara a la **lengua utilizada** para la comunicación, por los componentes de un grupo de 2 personas, el orden de presentación de los interlocutores es irrelevante.

2.22.- Veamos ahora **cuál** es la lengua **utilizada** en cada uno de los 9 grupos posibles de 2 locutores señalados en 2.21.

1. Grupos *aa*.

Obviamente, al ser monolingües los dos componentes de la pareja, la lengua utilizada para la comunicación será A, que es la única que conocen tanto el primero como el segundo: Y escribiremos:

$$aa \rightarrow \mathrm{A}$$

Bastarán unos instantes de interlocución, para que la comunicación se realice en lengua A.

2. Grupos *ab*.

El primer locutor solo conoce A, en tanto que el segundo solo conoce B. La comunicación es imposible. Es decir, casi instantáneamente:

$$ab \rightarrow \emptyset$$

3. Grupos *ax*.

El primer locutor solo conoce A, en tanto que el segundo es bilingüe (conoce A y B). La comunicación se hará necesariamente en lengua A; la única que conocen **los dos** interlocutores.

$$ax \rightarrow A$$

4. Grupos *ba*.

El primer locutor citado solo conoce la lengua B; en tanto que el segundo solo conoce A. La comunicación entre ellos es imposible (ø)

$$ba \rightarrow \emptyset$$

5. Grupos *bb*.

Al ser monolingües en B los dos interlocutores, la comunicación dentro de la pareja se realizará necesariamente en lengua B.

$$bb \rightarrow B$$

6. Grupos *bx*.

La lengua utilizada será la común a ambos.

$$bx \rightarrow B$$

7. Grupos *xa*.

El primer interlocutor citado puede comunicar en cualquiera de las dos lenguas; en tanto que el segundo, monolingüe en A, acabará imponiendo esta lengua al bilingüe; y eso casi inmediatamente:

$$xa \rightarrow A$$

8. Grupos *xb*.

El primer interlocutor se adaptará al monolingüe ("por educación", "por pragmatismo", "para ser operativo", "para no complicar las cosas", etc.); y la comunicación se hará en la lengua B del monolingüe. Es decir:

$$xb \rightarrow B$$

9. Grupos *xx*.

Aquí los dos interlocutores son libres de comunicar en A o en B. Realmente es estas parejas de bilingües **no es posible predecir** cuál será la lengua elegida por ellos en la comunicación, que queda así indeterminada:

$$xx \rightarrow X$$

2.221.- Solo en este noveno caso (1/9 = 11,1%) caben dudas sobre la lengua escogida para la comunicación.

En los otros 8 casos restantes (8/9 = 88,9%) no hay libertad de elección.

La comunidad bilingüe está mucho más "agarrotada", mucho más pre-determinada, que lo que piensan quienes hablan con ligereza e irresponsabilidad de la "libertad lingüística" existente en las comunidades "bilingües".

En la inmensa mayoría de los casos los **monolingües imponen su lengua** a los bilingües; en tanto que éstos, **adaptándose** a aquellos, **no imponen nada**.

Es el momento de señalar así que los **únicos que imponen** la lengua en una comunidad bilingüe son los **monolingües**.

Es **injusto**, por consiguiente; es claramente **tendencioso**, y totalmente **falso**, atribuir los problemas actuales de incomunicación lingüística en el País Vasco **a los vascófonos bilingües**.

Si existe incomunicación ello se debe a los ciudadanos **monolingües** (de lengua española o francesa, según las zonas). Ya que hoy, los locutores monolingües *a*, son abrumadoramente más numerosos, y socialmente poderosos, que los monolingües *b*; convertidos en gropúsculo residual impotente en todos los planos.

Resumiendo: no somos los bilingües vascófonos los que creamos hoy problemas de incomunicación, sino justamente los monolingües desconocedores de la lengua vasca.

2.23.- Continuemos el análisis de los grupos de 2 locutores. Hagámoslo sistemáticamente:

- ¿Cuál es la **probabilidad** de que se produzca una pareja *aa*?

Será el producto de la probabilidad de que coincidan, en un punto y en un momento dados, un locutor *a* y otro locutor *a*. Es decir:

$$(1)\ p_{a\cdot a} = e_A \cdot e_A = e_A^2 \blacklozenge A$$

en que se elige A para la comunicación, en la que e_A es la proporción en que se hallan los monolingües *a* en la comunidad:

$$e_A = \frac{N_A}{N}$$

Y, análogamente:

$$(2)\ p_{a\cdot b} = e_A \cdot e_B \blacklozenge \Phi$$
$$(3)\ p_{a\cdot x} = e_A \cdot e_X \blacklozenge A$$
$$(4)\ p_{b\cdot a} = e_B \cdot e_A \blacklozenge \Phi$$
$$(5)\ p_{b\cdot b} = e_B \cdot e_B \blacklozenge B$$
$$(6)\ p_{b\cdot x} = e_B \cdot e_X \blacklozenge B$$
$$(7)\ p_{x\cdot a} = e_X \cdot e_A \blacklozenge A$$
$$(8)\ p_{x\cdot b} = e_X \cdot e_B \blacklozenge B$$
$$(9)\ p_{x\cdot x} = e_X \cdot e_X \blacklozenge X$$

Si agrupamos ahora las probabilidades respectivas de los grupos que comunican en A, en B, en X (en lengua indeterminada), o en ø (es decir, en grupos en que la comunicación es imposible), obtenemos:

- Probabilidad de que una pareja posible comunique en lengua A:

$$p_{2A} = (1) + (3) + (7) = e_A^2 + 2e_A e_X$$

— Probabilidad de que una pareja posible comunique en lengua B:

$$p_{2B} = (5) + (6) + (8) = e_B^2 + 2e_B e_X$$

— Probabilidad de que en una pareja surja una situación de lengua indeterminada X:

$$p_{2X} = (9) = e_X^2$$

— Probabilidad de que en una pareja surja una situación de incomunicación Φ:

$$p_{2\Phi} = (2) + (4) = 2e_A e_B$$

Ahora bien:

$$p_{2A} = e_A^2 + 2e_A e_X = e_A^2 + 2e_A e_X + e_X^2 - e_X^2 = (e_A + e_X)^2 - e_X^2 = (1 - e_B)^2 - e_X^2$$

porque siempre:

$$e_A + e_B + e_X = 1$$

de donde:

$$e_A + e_X = 1 - e_B$$

Y, por consiguiente, los niveles respectivos de utilización de las lenguas (en los grupos de 2 personas) son:

$$\boxed{\begin{aligned} p_{2A} &= (1 - e_B)^2 - e_X^2 \\ p_{2B} &= (1 - e_A)^2 - e_X^2 \\ p_{2X} &= e_X^2 \\ p_{2\Phi} &= 2e_A e_B \end{aligned}}$$

que nos dan las **probabilidades respectivas de utilización en las parejas** de las lenguas A, B, X, Φ; en función de los **niveles de conocimiento** de las dos lenguas en presencia:

2.231.- Varias observaciones previas:

a) Solo la cantidad:

$$p_{2X} = e_X^2$$

depende exclusivamente del comportamiento **libre** de los **bilingües**, cuando comunican **entre ellos**.

Todo el resto de los grupos de locutores depende lingüísticamente de **los monolingües**.

Más aún. La relación:

$$r_{xx} = \frac{p_{2X}}{1 - p_{2X}} = \frac{e_X^2}{1 - e_X^2}$$

que mide la relación existente entre el montante de grupos dependiente de los bilingües y el resto es, normalmente, y contra lo que suele pensarse, un coeficiente muy bajo.

El nivel de **utilización** de la lengua B, minorizada, no depende prácticamente del comportamiento **libre** de los bilingües, **entre ellos**.

Por ejemplo, en una comunidad con un 30% de bilingües:

$$p_{2X} = e_X^2 = 0{,}3^2 = 0{,}09(=9\%)$$

Que es tanto como decir que el 91% de la comunicación (en el conjunto de las parejas) es, independiente del funcionamiento de los bilingües entre ellos; y:

$$r_{xx} = \frac{0{,}09}{0{,}91} = 0{,}0989$$

El desequilibrio es aún más patente a medida que tomamos en consideración grupos de locutores más amplios (de 3, 4, 5 etc. locutores).

Insistimos: el nivel de utilización **global** de la lengua minorizada solo depende, **en una medida ínfima**, del comportamiento **libre** de los bilingües **entre ellos**. El nivel **global** de comunicación **lo imponen los monolingües** $\boldsymbol{a}$.

b) En el mismo sentido, solo en la pequeña proporción r_{xx} es real la **posibilidad** de elección de la lengua de comunicación.

Casi siempre hay **imposición** sistemática de la lengua A dominante, en los diferentes grupos; tanto más cuanto **mayor** sea el número de **interlocutores** del grupo.

2.31.- Ilustremos lo dicho aplicando estas ecuaciones al ejemplo 1.4.:

$$\left.\begin{aligned} N_A &= 1400 \\ N_B &= 465 \\ N_X &= 2335 \end{aligned}\right\} N = 4200$$

Para lo cual tenemos:

$$\begin{aligned} e_A &= 0{,}333333 \\ e_B &= 0{,}110714 \\ e_X &= 0{,}555952 \end{aligned}$$

Ya hemos apuntado más arriba que, según una opinión falsa pero sólidamente establecida, se suele decir que en esa población "existe mayoría de lengua B" (puesto que "son más los que la hablan", 465+ 2335= 2800; que los que "solo hablan A" = 1400). Lo que es falso.

Porque ya indicamos que, incluso a nivel de **conocimiento**, quienes conocen la lengua A son mayoría en esa población: $N'_A = 3735$; frente a los que conocen la lengua B: $N'_B = 2800$.

$$N'_A > N'_B \text{ y también } N_A > N_B$$

2.4.- Analicemos brevemente lo que ocurre a nivel de **utilización**, en los grupos de 2 personas, para empezar, que son los menos "extremos":

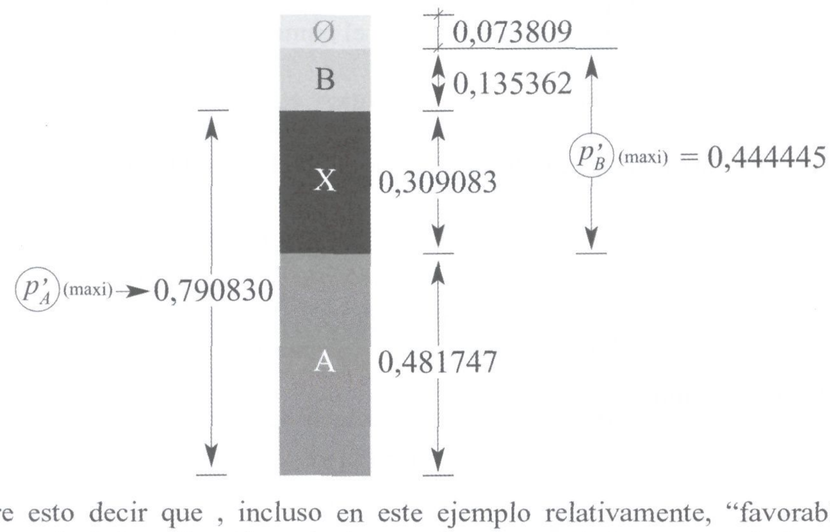
$$p_{2A} = (1 - 0{,}110714)^2 - 0{,}555952^2 = 0{,}481747$$

$$p_{2B} = (1 - 0{,}333333)^2 - 0{,}555952^2 = 0{,}135362$$

$$p_{2X} = 0{,}555952^2 = 0{,}309083$$

$$p_{2\phi} = 2.0{,}333333.0{,}110714 = 0{,}073809$$

Que, en representación gráfica:



Quiere esto decir que , incluso en este ejemplo relativamente, "favorable" a la lengua B, a nivel de utilización, e incluso en los grupos de 2 personas, la lengua A se presenta como **dominante**.
En efecto. Si suponemos, en el caso **óptimo** para los intereses de B, que los bilingües x utilizan siempre B entre ellos, en este caso tendremos el empleo **máximo** de B.

$$p'_{2B}\,(\text{maxi}) = 0{,}135362 + 0{,}309083 = 0{,}444445$$

(que es inferior, con todo, a la mitad de los grupos).

En el extremo opuesto, si los bilingües x utilizan siempre A entre ellos, obtendremos el empleo mínimo de B:

$$p'_{2B}(\text{mini}) = 0{,}135362 + 0 = 0{,}135362$$

Podemos así **acotar** el uso de B en las parejas:

$$\boxed{0{,}135362 \leq p'_{2B} \leq 0{,}444445}$$

Y, análogamente para el uso de A:

$$\boxed{0{,}481747 \leq p'_{2A} \leq 0{,}790830}$$

Por otra parte, **la incomunicación total:**

$$\boxed{p_{2\phi} = 0{,}073809}$$

es **fija**, e **independiente** del funcionamiento lingüístico **de los bilingües entre ellos**.

Más adelante analizaremos la descomposición de la cantidad $p_{2X}\,(= 0{,}309083)$ en sumandos a agregar en el uso de A y B.

2.5.- Es fácil mostrar (y ya hemos hecho en ediciones anteriores del método, en lengua vasca; sin más que escribir las fórmulas pormenorizadamente) que, **en general**, podemos escribir:

$$\begin{cases} p_{nA} = (1 - e_B)^n - e_X^n \\ p_{nB} = (1 - e_A)^n - e_X^n \\ p_{nX} = e_X^n \\ p_{n\phi} = 1 + e_X^n - (1 - e_A)^n - (1 - e_B)^n \end{cases}$$

que presenta una simetría total respecto a A y B, y que dan los **niveles** respectivos de **utilización** de las lenguas en los grupos de n locutores:

p_{nA} : montante de grupos que utilizan A necesariamente;

p_{nB} : montante de los grupos que utilizan B necesariamente;

p_{nX} : montante de los grupos (constituidos por bilingües); y en que, justamente por eso, la lengua elegida para la comunicación permanece **indeterminada**;

$p_{n\phi}$: montante de los grupos en que la comunicación es **imposible**.

2.51.- Mi propia experiencia pedagógica de estos años me impulsa a hacer explícito el hecho de que tenemos **2 variables independientes**; y no 3. Puesto que siempre se cumple:

$$\boxed{e_X = 1 - e_A - e_B}$$

Las 4 ecuaciones fundamentales se escribirán, en consecuencia, como sigue:

$$\boxed{\begin{array}{l} p_{nA} = (1 - e_B)^n - (1 - e_A - e_B)^n \\ p_{nB} = (1 - e_A)^n - (1 - e_A - e_B)^n \\ p_{nX} = (1 - e_A - e_B)^n \\ p_{n\phi} = 1 + (1 - e_A - e_B)^n - (1 - e_A)^n - (1 - e_B)^n \end{array}}$$

2.52.- Ilustremos esto volviendo al ejemplo anterior:

$$N_A = 1400$$
$$N_B = 465 \quad \text{(ver Ej.1.4.)}$$
$$N_X = 2335$$

Empecemos por calcular los paréntesis:

$$1 - e_A = 1 - 0{,}333333 = 0{,}666667$$
$$1 - e_B = 1 - 0{,}110714 = 0{,}889286$$
$$1 - e_A - e_B = 1 - 0{,}444047 = 0{,}555952$$

y, por consiguiente:

$$\left\{\begin{array}{l} p_{nA} = 0{,}889286^n - 0{,}555952^n \\ p_{nB} = 0{,}666667^n - 0{,}555952^n \\ p_{nX} = 0{,}555952^n \\ p_{n\emptyset} = 1 + 0{,}555952^n - 0{,}666667^n - 0{,}889286^n \end{array}\right.$$

y dando a n los valores 3 y 4:

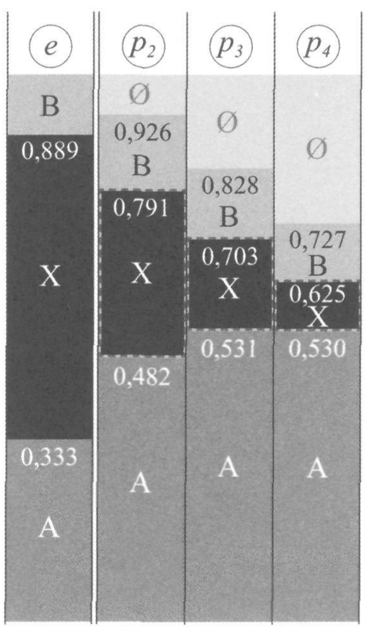
$$\begin{cases} p_{3A} = 0{,}889286^3 - 0{,}555952^3 = 0{,}531439 \\ p_{3B} = 0{,}666667^3 - 0{,}555952^3 = 0{,}124462 \\ p_{3X} = 0{,}555952^3 = 0{,}171835 \\ p_{3\varnothing} = 1 + 0{,}555952^3 - 0{,}666667^3 - 0{,}889286^3 = 0{,}172265 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{4A} = 0{,}889286^4 - 0{,}555952^4 = 0{,}529879 \\ p_{4B} = 0{,}666667^4 - 0{,}555952^4 = 0{,}101999 \\ p_{4X} = 0{,}555952^4 = 0{,}095332 \\ p_{4\varnothing} = 1 + 0{,}555952^4 - 0{,}666667^4 - 0{,}889286^4 = 0{,}272589 \end{cases}$$

Que nos llevan a **acotar** los niveles de **uso**:

$$\begin{cases} 0{,}481747 \le p_{2A} \le 0{,}790830 \\ 0{,}531439 \le p_{3A} \le 0{,}703274 \\ 0{,}529878 \le p_{4A} \le 0{,}625411 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}135362 \le p_{2B} \le 0{,}444445 \\ 0{,}124462 \le p_{3B} \le 0{,}296297 \\ 0{,}101999 \le p_{4B} \le 0{,}197531 \end{cases}$$



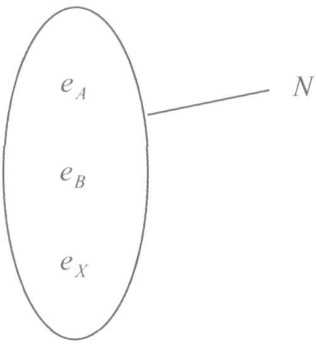
Una simple ojeada al diagrama muestra que:

- La lengua A es **dominante**; y esa dominancia se acentúa cuando **aumenta** el número de locutores. Como puede apreciarse en la siguiente secuencia: 0,482/ 0,135; 0,531/ 0,124; 0,530/ 0,102
- La **incomunicación global** aumenta con el número de locutores: 0,074/ 0,172/ 0,273
- La parte de la comunicación que **depende de** los bilingües, **decrece** cuando aumenta el número de locutores: 0,309/ 0,172/ 0,095
- El cambio de **panorama** lingüístico **no depende del comportamiento** de los bilingües entre ellos (sino en muy escasa medida).
- La lengua **B no es dominante** a nivel de **uso**.

Todo esto choca frontalmente con los tópicos de moda. Respecto a la situación **real** de las lenguas minorizadas.

III
Análisis de varias situaciones límite

3.1.- Empecemos por recordar la situación general:



$$\left.\begin{array}{l} Ne_A = N_A \\ Ne_B = N_B \\ Ne_X = N_X \end{array}\right\} \quad N$$

Con los niveles de utilización siguientes:

$$p_{nA} = (1 - e_B)^n - (1 - e_A - e_B)^n = (1 - e_B)^n - e_X^n$$

$$p_{nB} = (1 - e_A)^n - (1 - e_A - e_B)^n = (1 - e_A)^n - e_X^n$$

$$p_{nX} = (1 - e_A - e_B) = e_X^n$$

$$p_{n\phi} = 1 + (1 - e_A - e_B)^n - (1 - e_A)^n - (1 - e_B)^n = 1 + e_X^n - (1 - e_A)^n - (1 - e_B)^n$$

que nos indican la cuantía o proporción de grupos de *n* locutores, en que, respectivamente, se utilizan:

- necesariamente la lengua A;
- necesariamente la lengua B;
- comunicación en lengua indeterminada (A o B);
- comunicación imposible: incomunicación.

En la primera serie de expresiones (de la izquierda) aparece claramente que hay 2 variables independientes, **y no 3**, pero la serie de la derecha resulta más manejable (ver 2.5).

3.2.- Normalmente, en los procesos de sustitución lingüística, se parte de una situación de monolingüismo, en que la única lengua de comunicación es la lengua propia: B.

Se produce entonces, por razones que no analizaremos aquí, la introducción de una lengua exterior: A.

Es así como surge generalmente la situación de bilingüismo: la lengua exterior B, que se introduce muy generalmente con el ejército invasor que la utiliza en exclusividad, se convierte en necesaria, al menos para el propio ejército ocupante y para los dirigentes del país en contacto con aquél.

El fenómeno ha sido descrito magistralmente hace ya años por L.J.Calvet ("Linguistique et Colonialisme", Ed. Payot, 1974).

Se pasa de un monolingüismo B, a un monolingüismo A, a través de una fase transitoria, de bilingüismo inestable BA. Cuyos avatares socio-políticos no estudiaremos aquí.

Estudiar la fase **bilingüe** es, en el fondo, estudiar la fase **del cambio**:

- por sustitución: BA ➛ A
- por normalización: BA ➛ B

Tras la entrada en el territorio original (de lengua B) de otra comunidad, exterior (de lengua A), aparece una comunidad mixta, por yuxtaposición.

Algo que puede observarse hoy, por ejemplo, con bastante aproximación, en la isla de Chipre (bicéfala políticamente): donde una comunidad de lengua turca, y otra, más antigua, de lengua griega, constituyen en la isla **2 conjuntos disjuntos**, por decirlo de alguna manera.

3.3.- En estos casos, al iniciarse el proceso, tenemos:

$e_X = 0$ (no hay bilingües)

Por lo tanto:

$$e_A + e_B = 1$$

Es decir:

$$1 - e_A - e_B = 0$$

Y reescribiendo las 4 expresiones fundamentales:

$$\begin{cases} p_{nA} = e_A^n \\ p_{nB} = e_B^n \\ p_{nX} = 0 \\ p_{n\phi} = 1 - e_A^n - e_B^n \end{cases}$$

(simples reformulaciones de 2.5)

Como se ve hay un **elevado grado de incomunicación social**, no hay grupo alguno de comunicación en lengua indeterminada, y la utilización global de A y B depende directamente de los niveles de monolingüismo.

Un ejemplo numérico aclarará lo que decimos:

$$\left.\begin{array}{l} N_A = 2700 \\ N_B = 1200 \\ N_X = 0 \end{array}\right\} \quad N = 3900$$

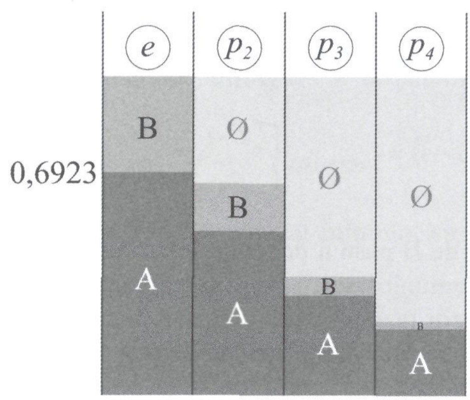
$$e_A = \frac{2700}{3900} = 0{,}6923\,; \quad e_B = \frac{1200}{3900} = 0{,}3077$$

De donde:

$$\begin{cases} p_{nA} = e_X^n = 0{,}6923^n \\ p_{nB} = e_B^n = 0{,}3077^n \\ p_{nX} = 0 \\ p_{n\phi} = 1 - 0{,}6923^n - 0{,}3077^n \end{cases}$$

Y dando valores a $n = 2, 3, 4...$

$$\begin{cases} p_{2A} = 0{,}4793 \\ p_{2B} = 0{,}0947 \\ p_{2X} = 0 \\ p_{2\phi} = 0{,}4260 \end{cases} \qquad \begin{cases} p_{3A} = 0{,}3318 \\ p_{3B} = 0{,}0291 \\ p_{3X} = 0 \\ p_{3\phi} = 0{,}6391 \end{cases} \qquad \begin{cases} p_{4A} = 0{,}2297 \\ p_{4B} = 0{,}0090 \\ p_{4X} = 0 \\ p_{4\phi} = 0{,}7613 \end{cases}$$



Ese grado de incomunicación es insostenible. Por lo que se impone una de las dos soluciones siguientes:

a) una parte de la población se hace **bilingüe**, facilitando la comunicación entre los grupos

b) se produce una **partición geográfica**, a la chipriota.

Estamos en el origen de las soluciones posteriores, basadas en la **personalidad** y la **territorialidad** (características de Suiza y Bélgica, por referirnos a la Europa actual), más elaboradas, sí, pero llevadas a la caricatura en el ejemplo que analizamos.

3.4.- Otro caso extremo de interés es el que se plantea en las **fases postreras** de la sustitución.

Cuando $e_B = 0$

(es decir, cuando desaparecen **los últimos monolingües** *b*, de lengua minorizada B).

En ese momento:

$$e_X + e_A = 1; \quad e_X = 1 - e_A$$

y las formulas generales se simplifican drásticamente:

$$(1)\ p_{nA} = 1 - e_X^n$$
$$(2)\ \boldsymbol{p_{nB}} = (1 - e_A)^n - (1 - e_A)^n = 0$$
$$(3)\ p_{nX} = e_X^n$$
$$(4)\ \boldsymbol{p_{n\phi}} = 1 - (1 - e_A)^n - (1 - e_A)^n - 1 = 0$$

(2) $p_{n\mathrm{B}} = 0$ (desaparecen los grupos en el que el uso de B es necesario para la comunicación. B deja de ser lengua indispensable).

(4) $p_{n\phi} = 1 - (1 - e_A)^n - (1 - e_A)^n - 1 = 0$ (desaparece la incomunicación lingüística; la comunicación en A es siempre posible)

Simplemente tenemos:

$$\begin{cases} p_{nA} = 1 - e_X^n \\ p_{nX} = e_X^n \end{cases}$$

La persistencia del uso de B pasa a depender exclusivamente de que los bilingües, aun cuando bien podrían comunicarse en A, lo sigan haciendo en lengua B: por lealtad lingüística, por militancia, por razones pecuniarias; o por lo que fuere.

Si los bilingües *x* no demuestran, en su praxis lingüística, esa voluntad de utilización de B, la lengua A pasa a convertirse en única lengua real de la comunidad; y B en lengua muerta, es decir, en lengua sin uso social como vehículo de comunicación.

Pasa a ser lengua simbólica, sin función real en la comunicación objetiva y real de la comunidad. Algo alarmantemente característico de la Irlanda actual, por ejemplo, y de amplios sectores sociales del País Vasco (favorables a la lengua propia, al menos a nivel de los mítines políticos).

La desaparición de los últimos monolingües *b* en lengua B, se convierte así en la señal inequívoca de que la lengua "ancestral" (adjetivo sintomático que denota la distancia a la que se encuentra, lejos ya de la vida real de la comunidad) ha entrado ya en la fase de liquidación.

Las lenguas "ancestrales" son enterradas con los ancestros.

Las lenguas innecesarias, "prescindibles" (por oposición a imprescindibles), son lenguas que sobran, y están condenadas al olvido. Con liturgias funerarias y paroxismos folklóricos, o sin ellos.

3.5.- Vayamos a otro caso extremo, pero interesante.

Supongamos que, por las razones que sean (por nacionalismo étnico, por ejemplo), los bilingües x pasan a comunicarse entre ellos exclusivamente en lengua B. Algo que hoy sucede ampliamente en Catalunya y en Eslovenia, por ejemplo; donde los bilingües pueden expresarse sin problemas, y respectivamente, en español y en alemán.

Entonces el empleo de B pasa a ser el máximo posible con ese nivel de bilingüismo individual:

$$\underline{p'_{nB(\max)}} = \left[(1-e_A)^n - e_X^n\right] + \left[e_X^n\right] = (1-e_A)^n$$

Y, simétricamente, en el otro extremo, si los bilingües se niegan a utilizar B entre ellos; y solo utilizan A entre ellos:

$$\underline{p'_{nA(\max)} = (1-e_B)^n}$$

El nivel de **incomunicación total** (basta mirar de nuevo las fórmulas) **no depende** de lo que hagan **los bilingües entre ellos**. **Solo depende de los niveles de monolingüismo** e_A y e_B.

3.51.- Evidentemente cuando los bilingües x utilizan siempre B entre ellos, la utilización de B es máxima:

$$p'_{nB(\max)} = p_{nB} + p_{nX(entero)} = (1-e_A)^n \text{ (max)}$$

Pero, en este caso, al empleo de A será el mínimo, sin ningún "refuerzo" de los bilingües:

$$p'_{nA(\min)} = \left[(1-e_B)^n - e_X^n\right] + 0 = (1-e_B)^n - e_X^n \text{ (min)}$$

- Análogamente, si los bilingües x utilizan siempre A entre ellos, la utilización A será máxima.

$$p'_{nA(\max)} = (1-e_B)^n$$

que se produce con un empleo **mínimo** de B.

$$p'_{nB(\min)} = (1-e_A)^n - e_X^n$$

Como puede verse, el uso decrece exponencialmente al crecer el número n de los componentes.

3.52.- Hay una conclusión inmediata que conviene resaltar: la comunicación depende de 3 variables independientes; y no de 4 como puede parecer.

Los montantes respectivos p'_{nA} y p'_{nB}, **totales** (de los grupos que comunican en A y B, respectivamente), son :

$$\begin{cases} p'_{nA} = f_1(n, e_A, e_B) \\ p'_{nB} = f_2(n, e_A, e_B) \end{cases}$$

En que **también** aparece el tamaño de los grupos.

3.53.- Ilustremos con un ejemplo numérico lo que venimos diciendo:

Sean:

$$\left. \begin{array}{l} N_A = 2400 \\ N_B = 750 \\ N_X = 3500 \end{array} \right\} \quad N = 6650$$

Que dan:

$$\begin{cases} e_A = 0{,}36090 \\ e_B = 0{,}11278 \\ e_X = 0{,}52631 \end{cases} \qquad \begin{cases} 1 - e_A = 0{,}63910 \\ 1 - e_B = 0{,}88722 \end{cases}$$

Y calculemos esos **máximos** y **mínimos**:

Con $\begin{cases} p'_{nA(\max)} = 0{,}88722^n \\ p'_{nB(\min)} = 0{,}63910^n - 0{,}52631^n \end{cases}$

Con $\begin{cases} p'_{nA(\min)} = 0{,}88722^n - 0{,}52631^n \\ p'_{nB(\max)} = 0{,}63910^n \end{cases}$

Y demos ahora valores a $n = 2, 3, 4$, sucesivamente:

n = 2

Con $\begin{cases} p'_{2A(\max)} = 0{,}88722^2 = 0{,}78716 \\ p'_{2B(\min)} = 0{,}63910^2 - 0{,}52631^2 = 0{,}13145 \end{cases}$

Con $\begin{cases} p'_{2A(\min)} = 0{,}88722^2 - 0{,}52631^2 = 0{,}51016 \\ p'_{2B(\max)} = 0{,}63910^2 = \underline{0{,}40845} \end{cases}$

n = 3

Con $\begin{cases} p'_{3A(\max)} = 0{,}88722^3 = 0{,}68981 \\ p'_{3B(\min)} = 0{,}63910^3 - 0{,}52631^3 = 0{,}11525 \end{cases}$

Con $\begin{cases} p'_{3A(\min)} = 0{,}88722^3 - 0{,}52631^3 = 0{,}54405 \\ p'_{3B(\max)} = 0{,}63910^3 = \underline{0{,}26104} \end{cases}$

n = 4

Con $\begin{cases} p'_{4A(\max)} = 0{,}88722^4 = 0{,}61962 \\ p'_{4B(\min)} = 0{,}63910^4 - 0{,}52631^4 = 0{,}0901 \end{cases}$

Con $\begin{cases} p'_{4A(\min)} = 0{,}88722^4 - 0{,}52631^4 = 0{,}54332 \\ p'_{4B(\max)} = 0{,}63910^4 = \underline{0{,}16683} \end{cases}$

Que nos acota los **límites** en que se moverá el **uso** de las dos lenguas.

Luego veremos en qué condiciones nos será posible afinar en el conocimiento de esos usos.

- Si ahora fijamos nuestra atención preferentemente en el uso de B, observamos que la evolución de $p'_{nB(\max)}$ refleja una situación precaria para B

0,40845; 0,26104; 0,16683

claramente **minoritaria**.

Estamos bien lejos de cierto "optimismo"irresponsable; fundado en una lectura **errónea** de los niveles de conocimiento.

$$e'_B \text{ (todos los que saben B)} = e_B + e_X = 0{,}63910$$

"Hay un 63,91% de locutores que conocen B. Es decir, más de la mitad. Luego B es mayoritaria". FALSO.

Porque en esa comunidad son más los que saben A que los que saben B. En efecto:

$$e'_A = e_A + e_X = 0{,}36090 + 052631 = 0{,}88721$$

$$e'_B = e_B + e_X = 0{,}11278 + 0{,}52631 = 0{,}63910$$

Luego son más los que saben A, que los que saben B. A es la lengua mayoritaria incluso a nivel de conocimiento.

3.6.- Vayamos a otro aspecto fundamental, sistemáticamente ignorado por algunos sociolingüistas.

Comparemos el uso máximo posible de B, con el nivel de conocimiento de B.

$$p'_{nB(\max)} = (1 - e_A)^n$$

$$e'_B = 1 - e_A$$

Calculemos el cociente:

$$\frac{p'_{nB(\max)}}{e'_B} = \frac{(1 - e_A)^n}{1 - e_A} = (1 - e_A)^{n-1}$$

$$1 - e_A < 1$$

$$\text{y } (1 - e_A)^{n-1} << 1$$

Luego $\boxed{p'_{nB(\max)} < e'_B}$ SIEMPRE.

Por razones matemáticas, el nivel de uso de B, en los diferentes grupos, es necesariamente inferior al nivel de conocimiento; con tanta mayor nitidez cuanto mayor sea el número de interlocutores.

No tiene sentido seguir "extrañándose" de que en todas partes ocurra que el nivel de uso de B, sea inferior al nivel de conocimiento de B.

Es matemáticamente inevitable.

Culpar a los bilingües de una comunidad de "desidia", porque las mediciones empíricas muestren en todas partes que los niveles de uso, p'_{nB}, son inferiores a los niveles de conocimiento, es absurdo.

Y revela una ignorancia supina de los condicionantes matemáticos existentes en las comunidades bilingües.

Si en una comunidad lingüística, por ejemplo, con un 45% de bilingües, el uso de B es del 20%, no es serio pretender, por escrito, como se sigue haciendo, que "un 25% de los bilingües no utiliza la lengua B" ("ya que 45 – 20 = 25")

Esta afirmación es absurda, matemáticamente descabellada; y encima culpabiliza a los bilingües de un hecho cuya explicación matemática es clara y no abstrusa ni misteriosa.

Justamente, como iremos viendo, es probable que los bilingües de esa comunidad (con 45%/ 20% de conocimiento y uso) presenten, como puede calcularse, un **alto nivel de lealtad** hacia B (!).

Si desidia hay por parte de los bilingües (y sí suele haberla con frecuencia), ella no es deducible de la sustracción $p'_{nB} - e_B$. Como veremos más adelante.

IV
Lealtad lingüística de los bilingües

4.1.- Volvamos a las expresiones generales:

$$\begin{cases} (1)\ p_{nA} = (1-e_B)^n - e_X^n \\ (2)\ p_{nB} = (1-e_A)^n - e_X^n \\ (3)\ p_{nX} = e_X^n \\ (4)\ p_{n\phi} = 1 + e_X^n - (1-e_A)^n - (1-e_B)^n \end{cases}$$

La primera línea indica el montante de los n-grupos que comunican necesariamente en A; la segunda, el montante de los que comunican necesariamente en B, y la cuarta el montante de los n-grupos en que la comunicación es imposible (Ø).

En cuanto a la línea (3), ella ofrece el montante $\underline{p_{nX}}$ de los grupos de n elementos en que la comunicación **existe**, pero se realiza en lengua **indeterminada**.

Fijemos nuestra atención ahora en estos grupos; que, por estar constituidos por locutores bilingües, comunican en lengua indefinida.

4.2.- Una parte m_{nB} $(0 \le m_{nB} \le 1)$ de estos grupos acabará comunicándose en lengua B; y el resto $(1 - m_{nB})$ lo hará en lengua A.

Es decir: el **total** de los grupos (de n locutores) que comunican en lengua B, se compone de 2 sumandos:

- por una parte están los p_{nB} (línea (2) del primer párrafo de este capítulo), que son los que han elegido B para su comunicación, por necesidad;

- por otra parte, están los $m_{nB} \cdot e_X^n$ (ver línea (3) de este capítulo), en que la parte m_{nB} de los bilingües, han elegido la lengua B para su comunicación.

Esto da el **total** de grupos de n locutores que comunican en lengua B, que es:

$$p'_{nB} = \left[(1-e_A)^n - e_X^n\right] + \left[m_{nB} \cdot e_X^n\right] = (1-e_A)^n - e_X^n(1-m_{nB})$$

Y por otra parte los que comunican en lengua A son:

- los que comunican necesariamente en lengua A: p_{nA} ;

- más los $(1-m_{nB})e_X^n$ bilingües, que han elegido A para su intercomunicación.

Lo que da el total de los grupos de n locutores que comunican en lengua A, que es:

$$p'_{nA} = \left[(1-e_B)^n - e_X^n\right] + \left[(1-m_{nB})e_X^n\right] = (1-e_B)^n - m_{nB} \cdot e_X^n$$

En cuanto al nivel total de **incomunicación**:

$$\underline{p_{n\phi} = 1 + e_X^n - (1-e_A)^n - (1-e_B)^n}$$

no depende del comportamiento de los bilingües entre ellos.

Es decir:

$$\boxed{\begin{aligned} p'_{nA} &= (1-e_B)^n - m_{nB}\cdot e_X^n \\ p'_{nB} &= (1-e_A)^n - (1-m_{nB})e_X^n \\ p_{n\phi} &= 1 + e_X^n - (1-e_A)^n - (1-e_B)^n \end{aligned}}$$

m_{nB} mide **la lealtad lingüística** de los bilingües $(0 \leq m_{nB} \leq 1)$ en los grupos de n locutores hacia la lengua B.

4.21.- Si los bilingües no escogen nunca B para la comunicación **entre ellos**, entonces:

$$m_{nB} = 0 \ \text{(lealtad mínima)}$$

y los niveles de utilización son:

$$\begin{cases} p'_{nA} = (1-e_B)^n & \text{(max)} \\ p'_{nB} = (1-e_A)^n - e_X^n & \text{(min)} \end{cases}$$

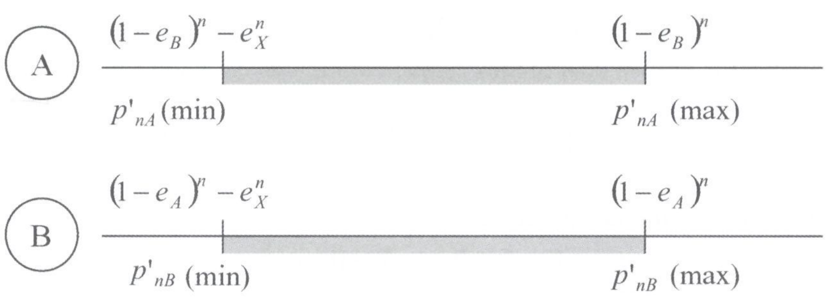
4.22.- En el otro extremo, si los bilingües escogen siempre B para su **intercomunicación**, entonces:

$m_{nB} = 1$ (lealtad máxima)

y los niveles de utilización son:

$$\begin{cases} p'_{nA} = (1-e_B)^n - e_X^n & \text{(min)} \\ p'_{nB} = (1-e_A)^n & \text{(max)} \end{cases}$$

Ahí tenemos los dos topes que acotan las utilizaciones de A y B.



4.23. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} N_A = 2400 \\ N_B = 750 \\ N_X = 3500 \end{array}\right\} \quad N = 6650 \qquad \begin{array}{c} 2400 \\ 750 \\ 3500 \end{array}$$

que dan sucesivamente:

$$e_A = \frac{2400}{6650} = 0{,}36090 \qquad (1 - e_A = 0{,}63910)$$

$$e_B = \frac{750}{6650} = 0{,}11278 \qquad (1 - e_B = 0{,}88721)$$

$$e_X = \frac{3500}{6650} = 0{,}52631$$

Gente capaz de comunicar en lengua A:

$$N'_A = N_A + N_X = 2400 + 3500 = 5900$$

Gente capaz de comunicar en lengua B:

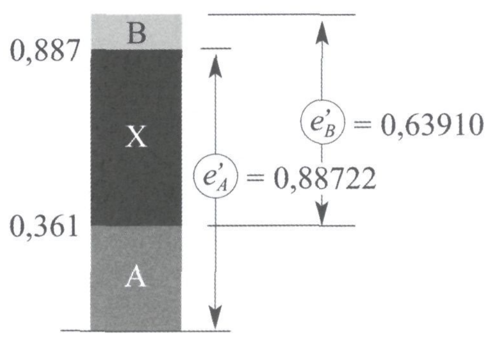
$$N'_B = N_B + N_X = 750 + 3500 = 4250$$

$$N'_A > N'_B \text{ (lengua } \underline{A} \text{ dominante)}$$

O bien en proporciones unitarias:

$$e'_A = \frac{5900}{6650} = 0{,}88722$$

$$e'_B = \frac{4250}{6650} = 0{,}63910$$



Analicemos los **máximos** y **mínimos** de los usos de A y B, en función de la <u>lealtad</u> de los bilingües

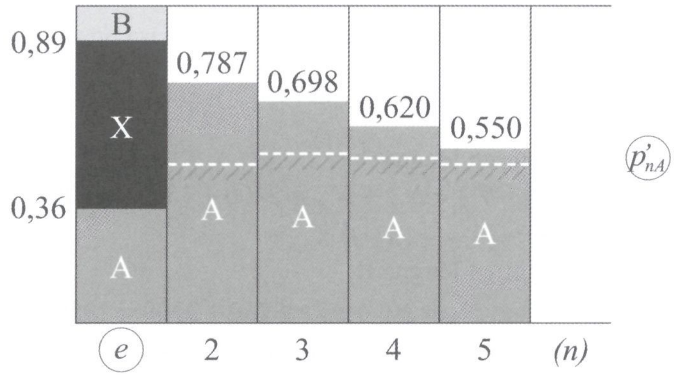
$$\text{A} \quad \begin{array}{l} p'_{nA(\min)} = 0{,}88721^n - 0{,}52631^n \\ p'_{nA(\max)} = 0{,}88721^n \end{array}$$

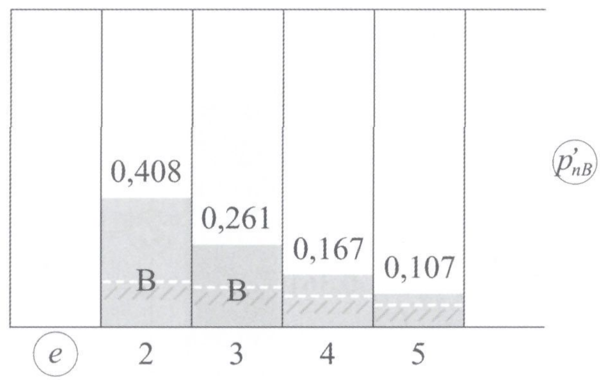
$$\text{B} \quad \begin{array}{l} p'_{nB(\min)} = 0{,}6391^n - 0{,}52631^n \\ p'_{nB(\max)} = 0{,}6391^n \end{array}$$

Y dando ahora valores a ***n*** (=2, 3, 4...)

	n	$p'_{nA(\max)}$	$p'_{nA(\min)}$	$p'_{nB(\max)}$	$p'_{nB(\min)}$
0,27700	2	0,78715	0,51015	0,40845	0,13145
0,14579	3	0,69836	0,55257	0,26104	0,11525
0,07673	4	0,61959	0,54286	0,16683	0,0901
0,04038	5	0,54971	0,50933	0,10662	0,06624
$p_{nX} = e_X^n$					

Y, en representación gráfica:





La lengua A es claramente dominante en todos los grupos.

Sin embargo, en este caso se oiría con frecuencia que la lengua B es una lengua "fuera de todo peligro"; o "dominante" incluso. Ya que "son más los que conocen la lengua B":

$$e'_B = e_B + e_X = 0{,}11278 + 0{,}52631 = 0{,}63909$$

"que los que la ignoran" los (= monolingües a):

$$e_A = 0{,}36090$$

Pero ya hemos repetido una y otra vez que eso es FALSO. Porque quienes conocen B son, efectivamente:

$$e'_B = 0{,}639009 \text{ (63,909\% de la población).}$$

Pero quienes conocen A **no son** $e_A = 0{,}36090$ (los monolingües a); sino **también** los bilingües x, que también conocen A. Es decir:

$$e'_A = e_A + e_X = 0{,}36090 + 0{,}52631 = 0{,}88721 \ (= 88{,}721\%)$$

Es decir: A es la lengua dominante. Porque:

$$e_A > e_B$$
$$e'_A > e'_B$$

Esta dominancia aparece aún más claramente, como acabamos de ver, a nivel de uso: la lengua A se utiliza mucho más que la lengua B. Y esta dominancia de A **se acentúa en los grupos numerosos**.

4.3.- Veamos esa relación **analíticamente**.

Es decir: calculemos $\dfrac{p'_{(n+1)B}}{p'_{nB}}$

$$p'_{(n+1)B}\,(\max) = (1 - e_B)^{n+1}$$
$$p'_{nB}\,(\max) = (1 - e_B)^{n}$$

y efectuemos el cociente:

$$\frac{p'_{(n+1)B}}{p'_{nB}} = \frac{(1-e_B)^{n+1}}{(1-e_B)^{n}} = 1 - e_B < 1$$

A medida que **crece *n***, la presencia de B en los grupos sucesivos **disminuye**.

4.31.- Análogamente, el **uso total** de B es siempre **inferior** al **uso total** de A.

En efecto:

$$p'_{nB} = m_{nB} \cdot e_X^n$$
$$p'_{nA} = 1 - m_{nB} \cdot e_X^n$$
$$\frac{p'_{nB}}{p'_{nA}} = m_{nB} \cdot e_X^n + (m_{nB} \cdot e_X^n)^2 + (m_{nB} \cdot e_X^n)^3 + (m_{nB} \cdot e_X^n)^4 + \ldots$$

Pero $m_{nB} \cdot e_X^n < 1$, siempre. Y la serie es rápidamente **decreciente** al aumentar n.

Es decir:

$$\frac{p'_{nB}}{p'_{nA}} \approx m_{nB} \cdot e_X^n < 1$$
$$p'_{nB} < p'_{nA}$$

La presencia de B en los grupos **disminuye** rápidamente al **aumentar** el número de interlocutores de los grupos.

4.4.- Retomemos la expresión

$$p'_{nB} = (1-e_A)^n - (1 - m_{nB}.e_X^n)$$

que nos da el montante total de los grupos de ***n*** locutores en que se utiliza la lengua B. De ello deducimos:

$$-1 + m_{nB}.e_X^n = -(1-e_A)^n + p'_{nB}$$

$$m_{nB}.e_X^n = 1 + p'_{nB} - (1-e_A)^n$$

Y de aquí:

$$m_{nB} = \frac{1 + p'_{nB} - (1-e_A)^n}{e_X^n}$$

Lo que nos permite calcular las **lealtades** m_{nB} de los bilingües a partir de las mediciones empíricas de **uso** de la lengua B en los diferentes grupos. Es decir:

$$m_{2B} = \frac{1 + p'_{2B} - (1-e_A)^2}{e_X^2}$$

$$m_{3B} = \frac{1 + p'_{3B} - (1-e_A)^3}{e_X^3}$$

$$m_{4B} = \frac{1 + p'_{4B} - (1-e_A)^4}{e_X^4}$$. Etcétera

(hipótesis : m_{nB} variable)

Si efectuamos la serie de **mediciones de uso** de B en los grupos de 2, 3, 4... locutores, podemos obtener los valores m_{2B}, m_{3B}, m_{4B}. (**lealtades** de los bilingües en los grupos de 2, 3, 4, locutores, con respecto a las cuales se distribuyen los montantes de grupos bilingües e_X^n).

Esto nos permitirá, en particular, saber si la lealtad m_{nB} de los bilingües cambia o no cambia al aumentar el número de interlocutores.

- Si **no cambia**, entonces

$$m_{2B} = m_{3B} = m_{4B} ... = m_B$$

Las fórmulas se simplifican drásticamente; y las mediciones empíricas necesarias para conocer el funcionamiento socio-lingüístico de la comunidad, son menos.

- A la inversa, **si cambia**:

$$m_{2B} \neq m_{3B} \neq m_{4B} \neq \ldots$$

es necesario efectuar más mediciones empíricas, las fórmulas se complican, y los cálculos también.

4.5.- Supongamos (como hicimos al principio de la aplicación del método) que la lealtad m_{nB} de los bilingües es una **constante** para cada comunidad

$$m = m_{2B} = m_{3B} = m_{4B} = \ldots$$

En ese caso:

$$\begin{cases} p'_{nA} = (1 - e_B)^n - m_B e_X^n \\ p'_{nB} = (1 - e_A)^n - (1 - m_B e_X^n) \end{cases}$$

Si conocemos **empíricamente**, por medición de calle, los niveles **de uso** de las lenguas A y B; y conocemos, por Censo o por encuesta privada, el nivel de **bilingüismo individual** e_X (proporción de bilingües en la comunidad), vamos a poder calcular la **lealtad de los bilingües** a la hora de elegir, **entre ellos**, en los grupos en que solo hay bilingües, a partir de estas expresiones.

4.51.- En particular, en los casos en que los monolingües b de lengua B han desaparecido, o tienen una presencia fáctica despreciable (como ocurre actualmente en el País Vasco):

$$\begin{cases} p'_{nA} = 1 - m_B e_X^n \\ p'_{nB} = m_B e_X^n \end{cases}$$

ya que, en este caso:

$$e_A + e_X = 1$$

$$1 - e_A = e_X$$

$$p'_{nB} = e_X^n - 1.e_X^n + m_B e_X^n = m_B e_X^n$$

En este caso, tenemos **las mediciones empíricas** del uso de las 2 lenguas; tenemos **el nivel de bilingüismo**, e_X; y es posible calcular el **nivel de lealtad** m_B, **de los bilingües entre ellos**:

$$m_B = \frac{p'_{nB}}{e_X^n}$$

Midiendo el uso de B en los grupos de 2, 3, 4, personas, tendremos:

$$(2)\ m_B = \frac{p'_{2B}}{e_X^2}$$

$$(3)\ m_B = \frac{p'_{3B}}{e_X^3}$$

$$(4)\ m_B = \frac{p'_{4B}}{e_X^4}$$ Etc. (Hipótesis: m_B constante)

4.6.- Esta fue la hipótesis inicial: que la lealtad hacia B es **constante**, e independiente del número n de interlocutores bilingües del grupo.

En esta hipótesis bastaba **una** medición empírica **para cada tipo de grupo** (n = 2,3,4,etc.), para calcular la lealtad m_B, que debía permanecer constante a lo largo de las mediciones en los sucesivos grupos.

Mas aún, la invariabilidad postulada para m_B, autorizaba a hacer **una sola** medición. Calculado m_B a partir del uso de B en las parejas, por ejemplo, el cálculo inmediato de los niveles **de uso** en los grupos 3, 4, 5... personas, era sencillísimo.

4.52.- La sorpresa se produjo al constatar que, en cantidad de poblaciones,se obtenían lealtades m_B superiores a la unidad. Estos valores aberrantes eran especialmente inadmisibles en las poblaciones con pocos vascófonos bilingües.

Por otra parte, y en el mismo sentido, es fácil calcular el nivel de bilingüismo necesario, e_X, para obtener, por ejemplo, un uso equilibrado de A y B, en los grupos de 2, 3, 4... personas.

$$e_X = \sqrt[n]{\frac{0,5}{m_B}}$$

Haciendo $m_B = 1$ (situación óptima para la lengua A):

$$e_{X(crít)} = \sqrt[n]{0,5}$$

que da, sucesivamente:

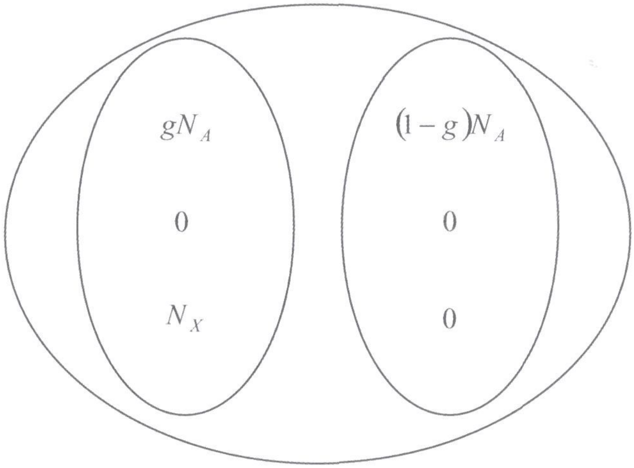
$n = 2$	$e_X = \sqrt{0,5} = 0,707107$
$n = 3$	$e_X = \sqrt[3]{0,5} = 0,793701$
$n = 4$	$e_X = \sqrt[4]{0,5} = 0,840896$
$n = 5$	$e_X = \sqrt[5]{0,5} = 0,870551$

Condiciones de nivel de bilingüismo necesario cada vez más difíciles de alcanzar al aumentar el número de interlocutores; 70,71%, 79,37%, 84,09%, 87,06%, etc. Claramente más estrictas que las observables en nuestras poblaciones, donde B está más presente que eso.

Esto reforzaba la impresión de que las hipótesis de base no explicaban la realidad.

Las cosas pasaban como si **una parte** de la población a, monolingües en lengua A, estuviera "ausente" a la hora de las mediciones y de los cómputos.

Y dado que, de hecho, en el País Vasco actual, la presencia de los monolingües b en la comunidad global es ínfima, se nos planteó la idea de que **no había isotropía lingüística**; sino **anisotropía**: solo una parte $g(0 \leq g \leq 1)$ de los monolingües a funcionaba en interacción con el resto de la población:



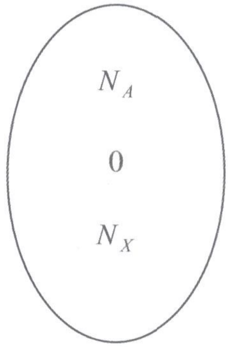
La otra parte, $(1-g)N_A$, constituía un sub-conjunto estanco, autónomo, sin contacto con la población N_X bilingüe.

Es esto, justamente, lo que constituirá el eje central de los próximos capítulos.

4.7.- Por otra parte, también queda pendiente, para su análisis en próximos capítulos, el tema de la **variabilidad** (o invariabilidad) **de** m_B.

V
Isotropía y anisotropía socio-lingüísticas

5.1.- Partamos del modelo a que nos lleva la insuficiencia del **modelo original**:



en el que $N_B = 0$ (ya no hay, al menos en primera aproximación, ningún monolingüe *b*, en lengua B).

Solo hay monolingües *a* (N_A), y bilingües *x* (N_X).

Que nos lleva a:

$$\begin{cases} p'_{nA} = 1 - m_B \cdot e_X^n \\ p'_{nB} = m_B . e_X^n \end{cases}$$

m_B es la lealtad de los bilingües hacia la lengua B.

- Si los bilingües usan siempre B entre ellos:

$$m_B = 1$$

y el uso total de B en los grupos de *n* locutores, es:

$$p'_{nB} = e_X^n$$

- Si los bilingües, en el otro extremo, usan siempre A entre ellos:

$$m_B = 0$$

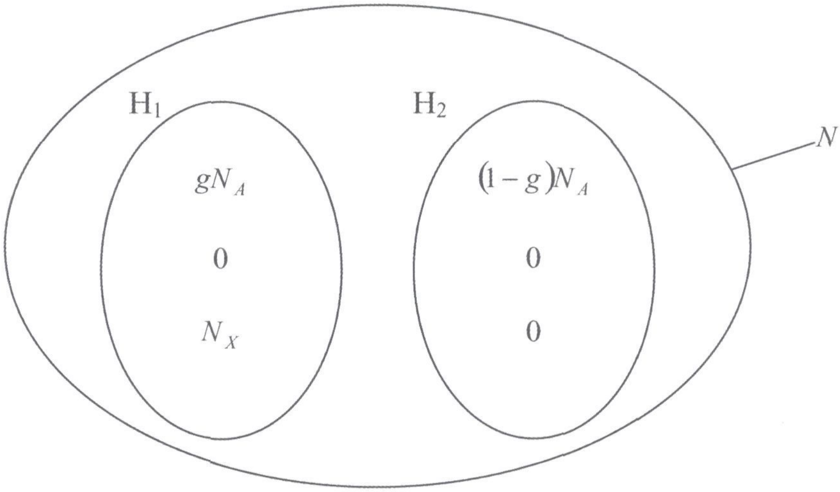
y el uso total de B en los grupos de *n* locutores:

$$p'_{nB} = 0$$

- Si observamos empíricamente un uso de B en los grupos de *n* locutores, ello indica que:

$$m_B = \frac{p'_{nB}}{e_X^n}$$

Si el cálculo ofrece valores de m_B superiores a la unidad, ello quiere decir que la **hipótesis isotrópica, que está en el origen de estas fórmulas, no es aplicable**; porque no hay isotropía, **sino anisotropía**:



Una parte, g, de los monolingües a, está en relación lingüística con los bilingües (N_X); en tanto que el resto de los monolingües a, la parte $(1-g)$, vive aparte del mundo en que la lengua B está presente, a través de los bilingües x.

En definitiva, tenemos 2 sub-conjuntos: H_1 (el de la izquierda), y H_2 (el de la derecha).

En el sub-conjunto H_1, hay: $\underline{\mathbf{gN_A + N_X}}$ locutores.

En el sub-conjunto H_2, hay: $\underline{\mathbf{(1-g)\,N_A}}$ locutores.

Obviamente:

$$(gN_A + N_X) + (1-g)N_A = N_A + N_X = N$$

En cada uno de los dos sub-conjuntos, H_1 y H_2, hay **isotropía**. Es decir, todos los locutores del sub-conjunto, se relacionan **entre ellos**.

Evidentemente, en el sub-conjunto H_2, solo se utiliza la lengua A; en tanto que en el H_1, se utilizan tanto A como B.

Niveles de conocimiento de las lenguas en cada uno de los sub-conjuntos:

[H_1]: conocen A, gN_A locutores. Por consiguiente:

$$e_{A(1)} = \frac{gN_A}{gN_A + N_X} = \frac{ge_A}{ge_A + e_X}$$

y conocen las dos lenguas, N_X:

$$e_{X(1)} = \frac{N_X}{gN_A + N_X} = \frac{e_X}{ge_A + e_X}$$

[H_2]: conocen A, $\underline{\mathbf{(1-g)\,N_A}}$ locutores:

$$e_{A(2)} = \frac{(1-g)N_A}{(1-g)N_A} = 1$$

y no hay bilingües: $e_{X(2)} = 0$

Los **pesos estadísticos** respectivos, de H_1 y H_2, son:

$$W_1 = \frac{gN_A + N_X}{N} = ge_A + e_X$$

$$W_2 = \frac{(1-g)N_A}{N} = (1-g)e_A$$

- ¿Cuáles son los **niveles de uso** de A y B, **dentro del sub-conjunto respectivo**?

[H_1]:

$$p'_{nA} = (1-e_B)^n - m_B \cdot e_X^n \qquad \text{(ver 4.2.)}$$

$$p'_{nB} = (1-e_A)^n - (1-m_B)e_X^n$$

En el sub-conjunto [H_1], $e_B = 0$ (puesto que no hay bilingües)

$$e_{X(1)} = \frac{e_X}{ge_A + e_X}; \quad e_{A(1)} = \frac{ge_A}{ge_A + e_X}; \text{ y } \quad e_{X(1)} + e_{A(1)} = 1$$

luego:

$$p'_{nA(1)} = 1 - m_B \left(\frac{e_X}{ge_A + e_X}\right)^n$$

$$p'_{nB(1)} = m_B \left(\frac{e_X}{ge_A + e_X}\right)^n$$

Pero el efecto de estos usos, al pasar al conjunto general, es **ponderado** por el peso estadístico W_1 del subconjunto [H_1]. O sea que:

$$p'_{nB} = p'_{nB(1)} W_1 = m_B \left(\frac{e_X}{ge_A + e_X}\right)^n (ge_A + e_X)$$

Y finalmente:

$$\boxed{p'_{nB} = m_B \cdot \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}}$$

que nos da:

p'_{nB} = nivel **total** de utilización de B en los grupos de ***n*** locutores

m_B = lealtad de los bilingües respecto a B

e_X = nivel de bilingüismo (de conocimiento de las dos lenguas) en la comunidad: $e_X = \dfrac{N_X}{N}$

e_A = nivel de monolingüismo en A

n = número de locutores del grupo;

g = proporción $(0 \leq g \leq 1)$ de monolingües ***a***, "integrados" lingüísticamente en la comunidad.

El peso estadístico $W_1 = ge_A + e_X$ es siempre inferior a la unidad.

En efecto:
$$W_1 + W_2 = 1$$
$$W_1 = 1 - W_2 < 1$$

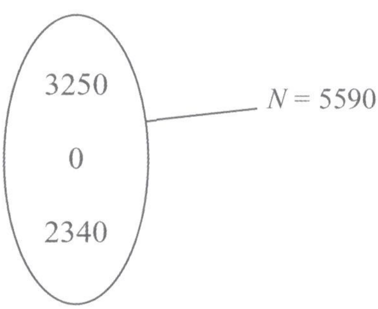
$$W_1 + W_2 = (ge_A + e_X) + (1-g)e_A = ge_A + e_X + e_A - ge_A = 1$$

En cuanto a
$$p'_{nB} = m_B \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}} > m_B e_X^n$$

Quiere esto decir que en situación **anisotrópica**, el uso de B es **mayor** que en situación **isotrópica**; porque **no todos los monolingües** *a* están en relación lingüística con la comunidad. $(1-g)N_A$ están **"ausentes"**.

5.2.- Aclaremos todo esto con un ejemplo numérico.

Supongamos la población siguiente:



Con los siguientes niveles de **conocimiento** de las lenguas:

$$e_A = \frac{3250}{5590} = 0{,}58139 \qquad \text{(nivel de monolingüismo A)}$$

$$e_X = \frac{2340}{5590} = 0{,}41861 \qquad \text{(nivel de bilingüismo, A + B)}$$

5.21.- En la hipótesis **inicial**, la **isotrópica**, la primera que viene ingenuamente al espíritu, suponíamos que **todos** los monolingües *a* (los 3250) conviven lingüísticamente con la comunidad bilingüe (con los 2340 bilingües).

En tal caso, el empleo de B en los diferentes grupos de n locutores (2, 3, 4...) es: (ver 4.51.)

$$p'_{nB} = m_B e_X^n$$

Y en el ejemplo que nos ocupa:

$$\text{(I)} \quad \boxed{p'_{nB} = m_B \cdot 0{,}41861^n}$$

$$n = 2 \rightarrow \quad p'_{2B} = m_B \cdot 0{,}175234$$

$$n = 3 \rightarrow \quad p'_{3B} = m_B \cdot 0{,}07335$$

$$n = 4 \rightarrow \quad p'_{4B} = m_B \cdot 0{,}03071$$

que da como utilización de B máxima previsible, al hacer $m_B = 1$:

$$\text{I} \quad \begin{cases} p'_{2B}\,(\max) = 0{,}175234 \\ p'_{3B}\,(\max) = 0{,}07335 \\ p'_{4B}\,(\max) = 0{,}03071 \end{cases}$$

que son los máximos **en hipótesis isotrópica**.

5.22.- Pero si hay anisotropía; es decir, si una parte $(1-g)$ de los monolingües *a* no tiene relación lingüística con la población *x* bilingüe:

$$p'_{nB} = m_B \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

Si por ejemplo, solo un 76% de los monolingües *a* $(g = 0{,}76)$ están en relación lingüística con la comunidad bilingüe($gN_A = 0{,}72.3250 = 2470$); en tanto que el resto ($(1-g)N_A = 0{,}24.3250 = 780$) vive aparte lingüísticamente, en una especie de ghetto virtual de lengua A:

$$p'_{nB} = m_B \frac{0{,}41861^n}{(0{,}76.0{,}58139 + 0{,}41861)^{n-1}}$$

5.221.- Calculando ahora los **máximos** de uso de B (haciendo para ello $m_B = 1$), tenemos:

$$0{,}76.0{,}58139 + 0{,}41861 = 0{,}8604664$$

$$p'_{nB}\,(\max) = \frac{0{,}41861^n}{0{,}860466^{n-1}}$$

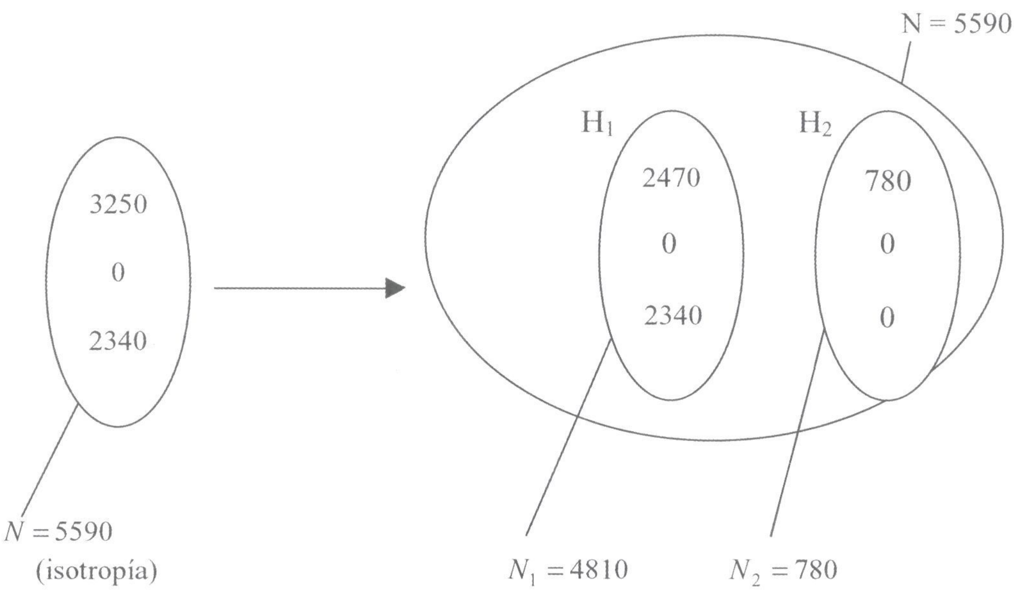
lo que da respectivamente:

$$\text{II} \quad \begin{cases} p'_{2B}\,(\max) = \dfrac{0{,}41861^2}{0.860466} = \dfrac{0{,}175234}{0{,}860466} = 0{,}203650 \\ p'_{3B}\,(\max) = \dfrac{0{,}41861^3}{0.860466^2} = \dfrac{0{,}073355}{0.740402} = 0.099075 \\ p'_{4B}\,(\max) = \dfrac{0{,}41861^4}{0.860466^3} = \dfrac{0{,}030707}{0{,}637091} = 0{,}048199 \end{cases}$$

Que son **superiores** a los obtenidos en isotropía, y ofrecidos en II:
$0{,}203650 > 0{,}175234$
$0{,}099075 > 0{,}07335$
$0{,}048199 > 0{,}03071$

Es decir, la **anisotropía mejora los niveles de utilización de la lengua B**.

5.222.- En realidad, se produce una especie de cambio radical de panorama:



Si nos fijamos en el **sub-conjunto** H_1; y en su situación "interna" (por decirlo de laguna manera):
Niveles de **conocimiento** de las lenguas:

$$e_{A(1)} = \frac{2470}{4810} = 0{,}513314$$

$$e_{X(1)} = \frac{2340}{4810} = 0{,}4686486$$

- Niveles de **uso** de las lenguas (dentro del sub-conjunto H_1)

$$p'_{nB(1)} = m_B \cdot 0{,}486486^n$$

$$p'_{nA(1)} = 1 - m_B \cdot 0{,}486486^n$$

Y dando valores a <u>n</u> (=2, 3, 4...)

$n = 2$ $\qquad p'_{2B(1)} = m_B \cdot 0{,}486486^2 = 0{,}236670 m_B$

$n = 3$ $\qquad p'_{3B(1)} = m_B \cdot 0{,}486486^3 = 0{,}115136 m_B$

$n = 4$ $\qquad p'_{4B(1)} = m_B \cdot 0{,}486486^4 = 0{,}056012 m_B$

que haciendo $m_B = 1$ (lealtad máxima de los bilingües):

$$\begin{cases} p'_{2B(1)} = 0{,}236670 \\ p'_{3B(1)} = 0{,}115136 \\ p'_{4B(1)} = 0{,}056012 \end{cases}$$

Esto dentro del conjunto H_1

- Para pasar al nivel general, habrá que **ponderar** estas cifras en función del peso estadístico W_1 del sub-conjunto $[H_1]$ respecto a la comunidad total:

$$W_1 = \frac{4810}{5590} = 0{,}860465$$

y obteniendo respectivamente:

$$\begin{cases} p'_{2B}(\max) = 0{,}236670.0{,}860465 = 0{,}203646 \\ p'_{3B}(\max) = 0{,}115136.0{,}860465 = 0{,}099070 \\ p'_{4B}(\max) = 0{,}056012.0{,}860465 = 0{,}0{,}48196 \end{cases}$$

que coinciden con las dadas en II (párr. 5.2.)

5.3.- En realidad la expresión válida siempre es:

$$p'_{nB} = m_B \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

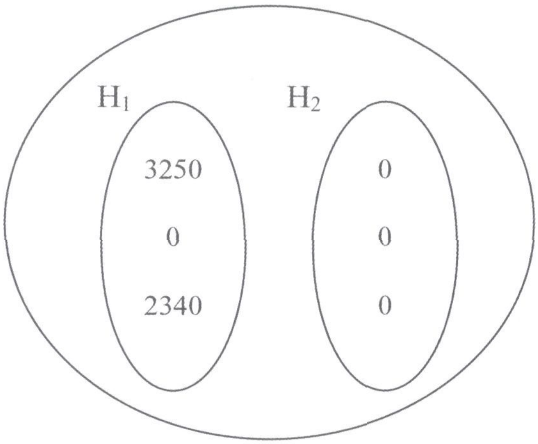
$(ge_A + e_X)$ es el peso estadístico del sub-conjunto mixto $[H_1]$

5.31.- Si hacemos en ella $g = 1$

$$ge_A + e_X = e_A + e_X = 1$$

$$p'_{nB} = m_B e_X^n$$

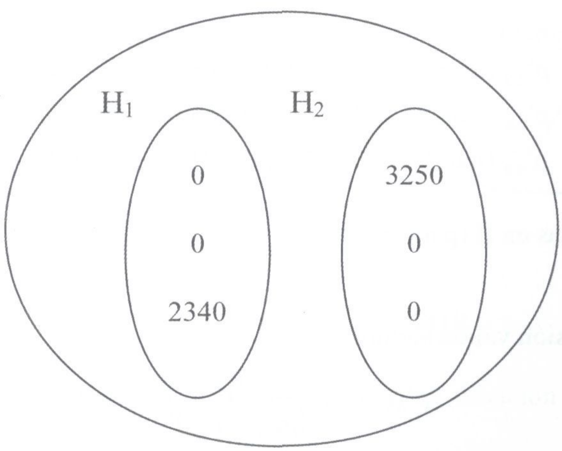
que es el nivel de utilización de B en funcionamiento isotrópico:



$\boxed{g = 1}$

Isotropía: todos los monolingües *a* están en interacción lingüística con lo bilingües x.

5.32.- Si hacemos ahora $g = 0$:



estamos en presencia de la segregación total de los monolingües *a*, que solo comunican entre ellos, en el sub-conjunto unilingüe A de la derecha [H_2].

Tenemos **anisotropía total**:

El **uso total** de B es:

$$p'_{nB} = m_B \frac{e_X^n}{e_X^{n-1}} = m_B e_X$$

que da el máximo total de uso de B.

Ese uso total tiene esos límites:

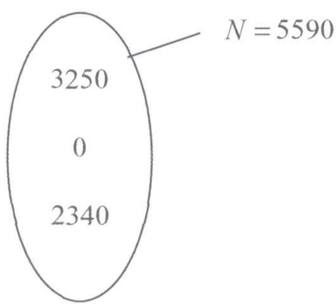
$$\boxed{m_B e_X^n \leq p'_{nB} \leq m_B \, . \, e_X}$$

Que en el caso **óptimo para B** (con $m_B = 1$)

$$\boxed{e_X^n \leq p'_{nB} \leq m_B}$$

En función del nivel de anisotropía g.

5.4.- Aplicando esto a nuestro ejemplo (5.2)



$e_X = 0{,}41861$ ($e_A = 0{,}58139$)

$e_X^n \rightarrow n = 2$: 0,175234

$n = 3$: 0,073355

$n = 4$: 0,030707

Para $m_B = 1$ (máximo para el uso de B)

$$0{,}175234 \leq p'_{2B} \leq 0{,}41861$$
$$0{,}073355 \leq p'_{3B} \leq 0{,}41861$$
$$0{,}030707 \leq p'_{4B} \leq 0{,}41861$$

En ningún caso puede sobrepasarse $p'_B = 0{,}41861$ (que el máximo absoluto con ese nivel de bilingüismo personal).

Pero si se **aumenta la anisotropía** (es decir, si se disminuye la tasa g de integración lingüística de los monolingües a), el nivel de uso de B mejora.

Inversamente, si la **anisotropía disminuye** (es decir, si aumenta la tasa g de integración lingüística de los monolingües a), el nivel de uso de B empeora.

5.41.- Es fácil ver esto sin más que calcular la derivada $\dfrac{\delta p'_{nB}}{\delta g}$ a partir de la expresión general:

$\dfrac{\delta p'_{nB}}{\delta g} < 0$ (la expresión, complicada, es esencialmente negativa)

El nivel de **uso de B disminuye si g aumenta**.

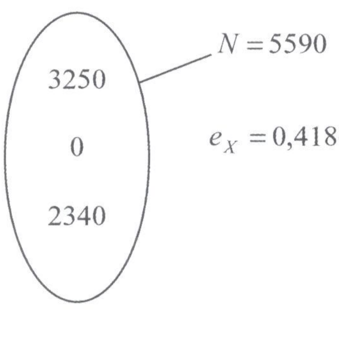
Como $0 \leq g \leq 1$;

- el uso **máximo** se B, se produce para $g = 0$; y

- el uso **mínimo** de B; para $g = 1$ (isotropía).

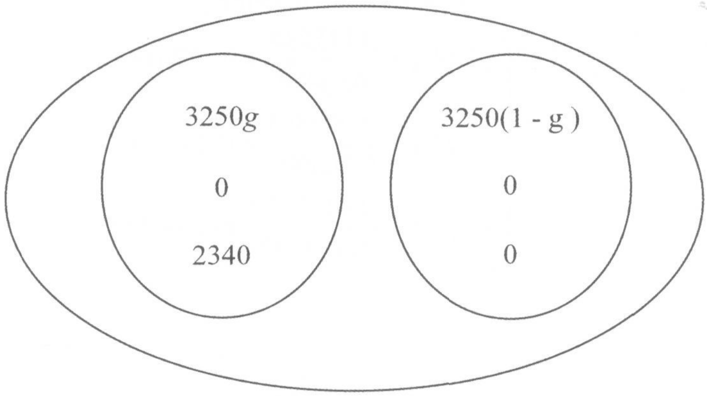
En realidad lo que hemos llamado "isotropía" no es sino el caso general para $g = 1$.

5.42.- Hagamos variar g en el ejemplo escogido:



$e_X = 0{,}41861$; $e_A = 0{,}58139$

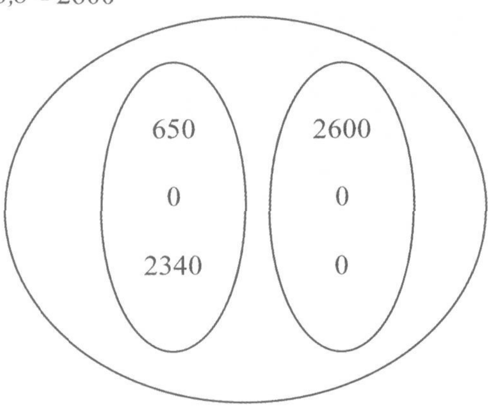
Es decir, demos valores a *g* en:



Y hagamos $m_B = 1$ (para comparar los máximos de p_B por el momento)

$\boxed{g = 0{,}2}$

$$\begin{cases} 3250.0{,}2 = 650 \\ 3250.0{,}8 = 2600 \end{cases}$$



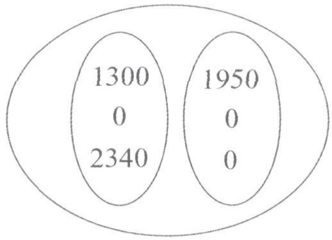
$$ge_A + e_X = 0{,}2.0{,}58139 + 0{,}41861 = 0{,}534888$$

$$p'_{nB} = \frac{0{,}41861^{n}}{0{,}53488^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = \dfrac{0{,}175234}{0{,}53488} = 0{,}327614 \\ p'_{3B} = \dfrac{0{,}073354}{0{,}286097} = 0{,}256396 \\ p'_{4B} = \dfrac{0{,}0307070}{0{,}153027} = 0{,}200663 \end{cases}$$

$$\boxed{g = 0{,}4}$$

$$\begin{cases} 3250.0{,}4 = 1300 \\ 3250.0{,}6 = 1950 \end{cases}$$



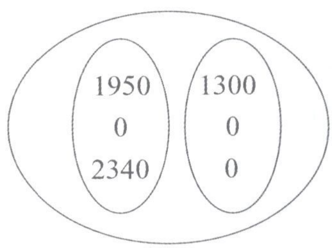
$$ge_A + e_X = 0{,}4.0{,}58139 + 0{,}41861 = 0{,}651166$$

$$p'_{nB} = \frac{0{,}41861^{n}}{0{,}651166^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = \dfrac{0{,}175234}{0{,}651166} = 0{,}269108 \\ p'_{3B} = \dfrac{0{,}073354}{0{,}424017} = 0{,}172998 \\ p'_{4B} = \dfrac{0{,}030707}{0{,}276106} = 0{,}111215 \end{cases}$$

$$\boxed{g = 0{,}6}$$

$$\begin{cases} 3250.0{,}6 = 1950 \\ 3250.0{,}4 = 1300 \end{cases}$$



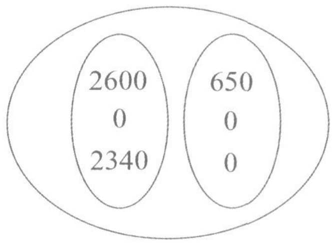
$$ge_A + e_X = 0{,}6.0{,}58139 + 0{,}41861 = 0{,}767444$$

$$p'_{nB} = \frac{0{,}41861^n}{0{,}767444^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = \dfrac{0{,}175234}{0{,}767444} = 0{,}228335 \\ p'_{3B} = \dfrac{0{,}073354}{0{,}588970} = 0{,}124546 \\ P'_{4B} = \dfrac{0{,}030707}{0{,}452002} = 0{,}067936 \end{cases}$$

$$\boxed{g = 0{,}8}$$

$$\begin{cases} 3250.0{,}8 = 2600 \\ 3250.0{,}2 = 650 \end{cases}$$



$$ge_A + e_X = 0{,}8.0{,}58139 + 0{,}41861 = 0{,}883722$$

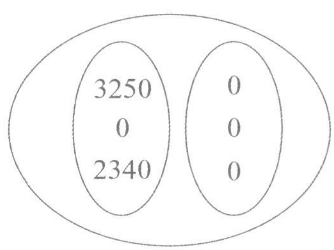
$$p'_{nB} = \frac{0{,}41861^n}{0{,}883722^{n-1}}$$

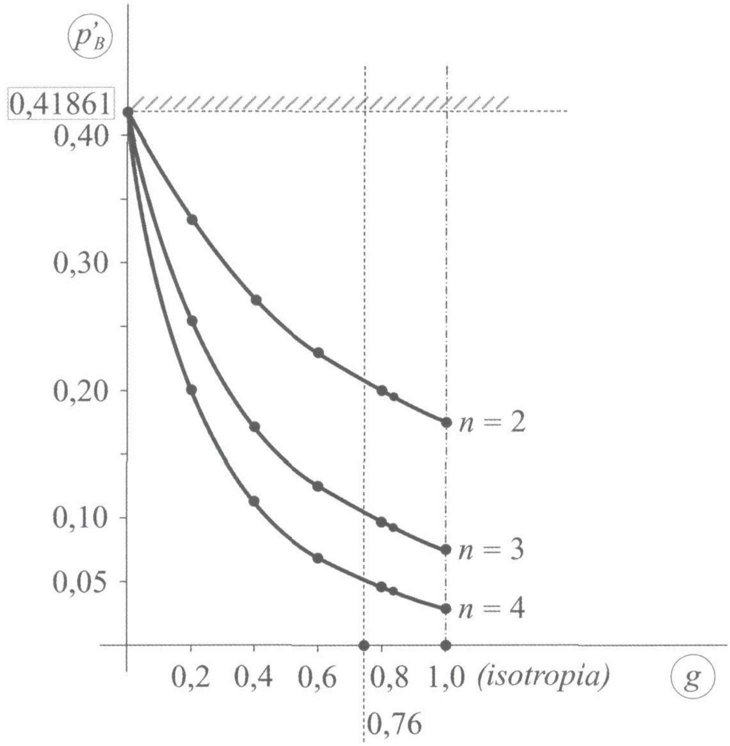
$$\begin{cases} p'_{2B} = \dfrac{0{,}175234}{0{,}883722} = 0{,}198291 \\ p'_{3B} = \dfrac{0{,}073354}{0{,}780965} = 0{,}093928 \\ p'_{4B} = \dfrac{0{,}030707}{0{,}690156} = 0{,}044493 \end{cases}$$

$$\boxed{g = 1}$$

(isotropía; ver 5.2.)

$$p'_{2B} = 0{,}175234$$
$$p'_{3B} = 0{,}07335$$
$$p'_{4B} = 0{,}03071$$





Se ve globalmente que:

- El uso de B en los grupos **disminuye al aumentar** el número de sus componentes.
- El uso de B **aumenta al disminuir la integración lingüística** de los monolingües a,y, correlativamente, al **disminuir** esa integración de los monolingües a, aumenta el uso de B.
- Hay un **máximo absoluto** en el uso de B, que solo puede rebasarse mejorando la lealtad lingüística m_B de los bilingües (en su interacción), o bien disminuyendo el número N_A de los monolingües a.

Es esto lo que analizaremos en los próximos capítulos.

VI
Diferentes políticas lingüísticas

6.1.- Volvamos a las expresiones analíticas fundamentales, y fijémonos en el **uso de B**:

$$\boxed{p'_{nB} = (1 - e_A)^n - (1 - m_{nB}).e_X^n} \qquad \text{(ver 4.2)}$$

El primer sumando no depende del comportamiento de los bilingües entre ellos. $(1 - e_A)^n$ solo depende del número de componentes del grupo, y del nivel de monolingüismo en A.

El segundo sumando, por el contrario, depende enteramente de los bilingües: **de su número** N_X (es decir, del nivel de bilingüismo individual de la comunidad); y **de su grado de lealtad** m_{nB} (es decir, del nivel de utilización de B **entre ellos**.)

En el momento en que desaparezcan los monolingües en B, $e_B = 0$; $1 - e_A = e_X$; por lo cual:

$$p'_{nB} = e_X^n - (1 - m_{nB})e_X^n = m_{nB}e_X^n$$

Si la lealtad de los bilingües es nula ($m_{nB} = 0$), porque los bilingües no usan nunca B entre ellos:

$p'_{nB} = 0$ (la lengua B deja de usarse)

Solo si los bilingües **la usan entre ellos** ($m_{nB} \neq 0$) existe una presencia de B en la comunidad, definida por:

$$p'_{nB} = m_{nB}e_X^n$$

La necesidad **global** de utilizar B se ha esfumado.

A partir de ese momento desaparece **la necesidad objetiva** de usar B; y si se sigue usando, es exclusivamente por una razón tan **subjetiva** como que los **bilingües** decidan comunicar **entre ellos** en lengua B, aunque bien pudieran hacerlo en A.

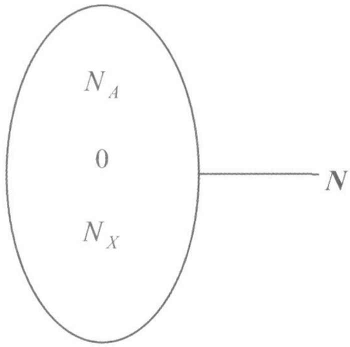
Evidentemente, los Estados que persiguen la **desaparición de B**, tienen un enorme interés en llegar a esta fase de la "subjetividad de los bilingües". Esta es extremadamente frágil en el mundo moderno.

La desaparición de los últimos monolingües *b* es **la entrada en la fase de liquidación de B.**

6.2.- En ese momento, como vamos diciendo, tenemos:

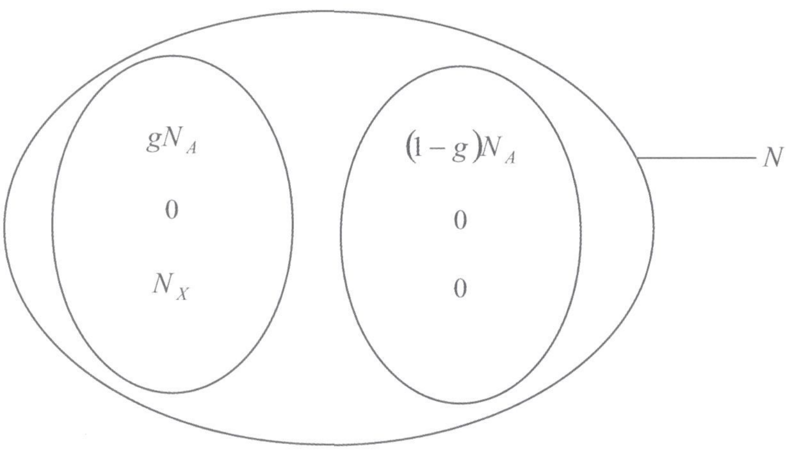
$$\boxed{p'_{nB} = m_{nB}e_X^n} \qquad [A; 6.2]$$

Y en caso de que haya **isotropía**:



$$\begin{cases} e_A = \dfrac{N_A}{N} \\ e_X = \dfrac{N_X}{N} \end{cases}$$

Pero en **general**, con **anisotropía**:



El uso de la lengua B es:

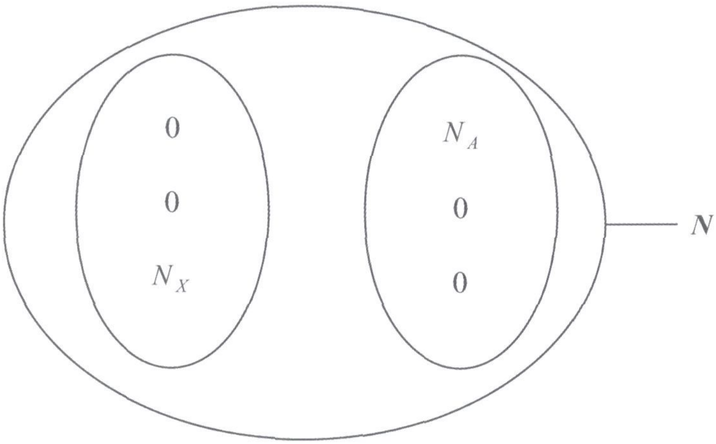
$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$ **Expresión general**. [B; 6.2]

Si hacemos aquí $g = 1$, volvemos al valor [A]; correspondiente a la situación **isotrópica**. (La isotropía no es sino el caso general para $g = 1$).

Analicemos esta expresión [B]; la **general.**

- La expresión adopta su valor **máximo**, cuando el denominador es **mínimo**. Es decir, cuando $\boldsymbol{g = 0}$ (anisotropía total): **ningún** monolingüe *a* está en relación lingüística con los bilingües.

La situación es:



Estamos en presencia de la segregación máxima de los monolingües *a* de la lengua A.

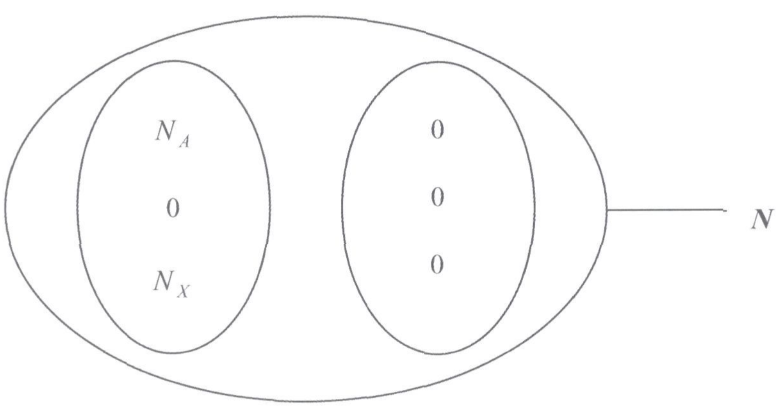
El nivel de uso de B alcanza:

$$\boxed{p'_{nB}\,(max) = m_{nB} \cdot e_X}$$

ya que $$(ge_A + e_X)^{n-1} = (0 + e_X)^{n-1} = e_X^{n-1}$$

- Y adopta su valor **mínimo**, cuando el denominador es **máximo**. Es decir, cuando **$g = 1$** (isotropía): **todos** los monolingües *a* están en relación lingüística con los bilingües.

La situación es:



La integración máxima de los monolingües *a*, lleva al **uso mínimo** de B.
Este valor **mínimo** es:

$$\boxed{p'_{nB}\,(min) = m_{nB} e_X^n}$$

En los casos **intermedios**:

$$\boxed{p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}}$$

Con 3 parámetros: m_{nB} ; e_X y g (más el tamaño ***n*** del grupo).

6.3.- Basta observar la fórmula, para deducir directamente **las 3 glotopolíticas posibles**: tanto para **favorecer** el uso de B, como para **frenarlo**.

6.31.- Como ere previsible, un método para **reforzar** el uso de B, tendrá como base **aumentar la lealtad m_{nB} de los bilingües** hacia B.

Habrá que lograr que los bilingües **usen B entre ellos**. Es decir que, en las situaciones en que no haya interlocutores *a* presentes, los bilingües **elijan B** (entre ellos); y no A. Contra lo que sucede con harta frecuencia en comunidades donde A es lengua dominante.

Pero en este caso $m_{nB} = 1$ (lealtad total) y el uso de B tiene un máximo:

$$\boxed{p'_{nB} = \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}} \qquad [6.31]$$

Por más que los bilingües se esfuercen, y disminuyan el uso de A **entre ellos**; jamás podrá superarse este tope [6.31].

Una campaña de este tipo solo afecta a los bilingües; dejando a los monolingües *a* al margen de la operación .

6.311.- Inversamente, si se trata de **frenar B**, habrá que disminuir la **lealtad** m_{nB} de los bilingües. Como insinuaba la simple intuición, cuanto más utilicen A los bilingües, **entre ellos**, más **bajo** será el valor de p'_{nB}.

6.32.- Otro método para reforzar p'_{nB} será reforzar $\boldsymbol{e_X}$.

Dado que $e_X + e_A = 1$, **necesariamente, matemáticamente**,

Aumentar $e_X \rightarrow$ disminuir e_A

Aumentar $e_A \rightarrow$ disminuir e_X

Tratar de difundir el bilingüismo, pero "sin tocar" a los monolingües, puede ser un buen slogan electoral; pero no tiene ni pies ni cabeza.

Reforzar $e_X \rightarrow$ debilitar e_A

O lo que es lo mismo:

Aumentar $N_X \rightarrow$ disminuir N_A

Reforzar e_X sin mermar e_A es simplemente **imposible**.

6.33.- Si hacemos variar ahora g en la expresión general, también las consecuencias se imponen matemáticamente.

Si mantenemos constantes m_{nB} y e_X, y variamos solo g, salta a la vista que:

Aumentar $g \rightarrow$ disminuir p'_{nB}

O recíprocamente:

disminuir $g \rightarrow$ aumentar p'_{nB}

También derivando la conclusión es la misma

$$\frac{\delta p'_{nB}}{\delta g} < 0 \text{ (siempre)}$$

La tercera vía de intervención es clara: si se trata de reforzar el uso de B, habrá que disminuir la tasa de integración de los monolingües a. Es decir, habrá que **disminuir *g***. En realidad, parece muy difícil variar **los niveles de inter-relación** en la comunidad.

No es fácil aumentar el número N_X de bilingües ni lo es conseguir que los bilingües utilicen B entre ellos con mayor frecuencia. Pero todavía parece más inabordable la "compactación" de que habla el Prof. Sánchez Carrión; que es, en nuestro términos, el aumento de la anisotropía (o disminución de g).

Pero es claro que:

a mayor **anisotropía, mayor uso de B**

a menor **anisotropía, menor uso de B**.

6.331.- Esta constatación tiene consecuencias **políticas** claras.

Una política que **refuerce *g***, y que propugne la mayor relación posible entre **monolingües** *a* y **bilingües** *x*, tiene a su favor su aspecto "anti-discriminatorio" ("que las barreras lingüísticas no frenen los lazos comunicativos entre monolingües *a* y bilingües *x*"); pero **disminuye el uso de B**.

También el "humanismo abstracto" propugna el aumento de g. Pero esa política tiene un precio socio-lingüístico claro: disminuye el uso de B. Y hay que tener el coraje de hacerlo saber: <u>aumentar</u> **la integración** lingüística de los monolingües *a*, implica **inevitablemente** el **reforzamiento de A** y el **debilitamiento de B**.

La intervención sobre el **nivel de anisotropía**, g, resulta así, a priori, contraria a la integración lingüística de los monolingües (y a los tópicos "democráticos" y "anti-segregacionistas", hoy dominantes); y difícil de medir, excepto indirectamente.

Una vez más los planteamientos individualistas están en contradicción con los planteamientos comunitarios: no cabe defender la **territorialidad** lingüística, sin frenar en algún sentido los derechos propiamente **personales** de los componentes de la comunidad.

Propugnar **solo** los derechos lingüísticos **individuales** , implica perjudicar los intereses **colectivos** de la lengua. Esta es una contradicción objetiva insuperable.

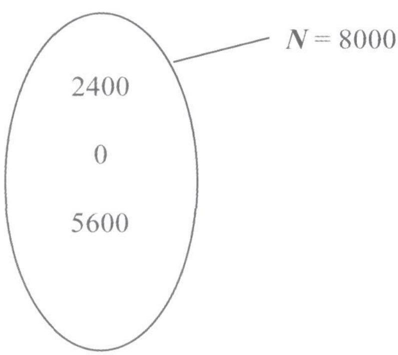
Suiza, Bélgica, Québec, conscientes de esta realidad y decididos a dar prioridad a los **derechos colectivos**, aplican conscientemente una gloto-política **territorialista**. La única capaz de salvaguardar eficazmente la vigencia de las lenguas no dominantes en un territorio dado.

Alejarse de la isotropía ($g \ll 1$) es así la condición sine-qua-non de cualquier gloto-política destinada a favorecer a la lengua B.

Inversamente, **propugnar la isotropía** ($g = 1$) puede ser aplaudido y promovido más o menos inocentemente por los favorables a la lengua A; en nombre de la Libertad o de la Democracia, abstractas. Pero lleva al **debilitamiento** de la lengua B; e incluso a su **extinción** a largo plazo.

6.4.- Aclaremos cuanto venimos diciendo con un **ejemplo numérico**.

Sea la población siguiente:



$$e_A = \frac{2400}{8000} = 0{,}30$$

$$e_X = \frac{5600}{8000} = 0{,}70$$

Y supongamos que en ella los parámetros socio-lingüísticos fundamentales son:

$$\begin{cases} g = 0{,}75 \\ m_B = 0{,}80 \\ e_X = 0{,}7 \\ e_A = 0{,}3 \end{cases}$$

Es decir:

- monolingües *a* lingüísticamente integrados:

$$gN_A = 0{,}75.2400 = 1800$$

- monolingües *a* no-integrados:

$$(1-g)N_A = 0{,}25.2400 = 600$$

- lealtad de los bilingües:

$m_B = 0{,}80$

(los bilingües *x*, utilizan **entre ellos** la lengua B en el 80% de las ocasiones; y la lengua A, **entre ellos**, en solo un 20% de las ocasiones. Esto es tanto como decir que los bilingües son altamente (%80) favorables al uso de la lengua B.

- Nivel **individual** de bilingüismo:

$e_X = 0{,}7 \quad (e_A = 0{,}3)$

El 70% de la comunidad puede expresarse en las dos lenguas; pero el 30% restante es monolingüe en A. No hay monolingües *b*.

6.41.- Vayamos fríamente al empleo de las fórmulas, y en especial de:

$$p'_{nB} = m_{nB}\frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

Dando valores

$$p'_{nB} = 0{,}8\frac{0{,}7^n}{(0{,}75.0{,}3 + 0{,}7)^{n-1}}$$

que nos va a dar los niveles de utilización de B en los diferentes grupos, de 2, 3, 4... *n* componentes.

$$ge_A + e_X = 0{,}75.0{,}3 + 0{,}7 = 0{,}925$$

$$\left\{\begin{array}{l} p'_{2B} = 0{,}8\dfrac{0{,}7^2}{0{,}925} = 0{,}8\dfrac{0{,}49}{0{,}925} = 0{,}423784 \\[2ex] p'_{3B} = 0{,}8\dfrac{0{,}7^3}{0{,}925^2} = 0{,}8\dfrac{0{,}343}{0{,}855625} = 0{,}320701 \\[2ex] p'_{4B} = 0{,}8\dfrac{0{,}7^4}{0{,}925^3} = 0{,}8\dfrac{0{,}2401}{0{,}791453} = 0{,}242693 \end{array}\right.$$

A pesar de las condiciones favorables (mayoría de bilingües, 70%; y de la gran lealtad de los bilingües, $m_B = 0{,}80$), el uso de B es bajo, en especial en los grupos numerosos: 42,38%; 32,07%; 24,27%.

Cuando *n* alcanza valores 5, 6, 7, etc., la presencia de B disminuye más y más.

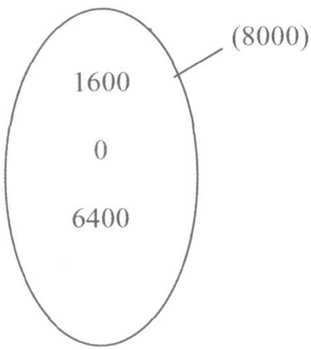
Pero comparar el nivel de bilingüismo (70%) con el nivel de uso, incluso en los grupos de 2 personas (42,38%); y "deducir" de ellos, como se sigue haciendo en letras de molde, que esa diferencia se debe a que muchos bilingües (70 – 42,38 = 27,62) "no usan nunca B", es simplemente **absurdo**. (En este ejemplo hemos impuesto $m_B = 0{,}80$ como punto de partida, que es altísimo).

6.42.- Supongamos ahora que los partidarios de la lengua B deciden **intervenir** en la comunidad, mejorando **los tres** factores que definen el uso de B.

Y supongamos que consiguen (a través de diversas disposiciones gloto-políticas **simultáneas**) pasar a la situación siguiente:

$$\begin{cases} g = 0{,}50 \quad (< 0{,}75) \\ m_B = 0{,}90 \quad (> 0{,}80) \\ e_X = 0{,}80\,(> 0{,}70) \qquad\qquad (\,N_X = 0{,}8.8000 = 6400\,) \end{cases}$$

El punto de partida es ahora:



$$\begin{cases} gN_A = 0{,}5.1600 = 800 \text{ (integrados)} \\ (1-g)N_A = 0{,}5.1600 = 800 \text{ (no integrados)} \end{cases}$$

$$e_A = \frac{1600}{8000} = 0{,}2$$

$$ge_A + e_X = 0{,}5.0{,}2 + 0{,}8 = 0{,}9$$

$$p'_{nB} = 0{,}9\frac{0{,}8^n}{0{,}9^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}9\dfrac{0{,}8^2}{0{,}9} = 0{,}64 \\ p'_{3B} = 0{,}9\dfrac{0{,}8^3}{0{,}9^2} = 0{,}56889 \\ p'_{4B} = 0{,}9\dfrac{0{,}8^4}{0{,}9^3} = 0{,}505679 \end{cases}$$

Tras esta triple intervención glotopolítica, se ha conseguido aumentar el nivel de uso de B

***n* = 2** (grupos de 2 locutores)

0,4237 → 0,6400 aumento: 21,63%

***n* = 3** (grupos de 3 locutores)

0,3207 → 0,5689 aumento 24,82%

***n* = 4** (grupos de 4 locutores)

0,2427 → 0,5057 aumento: 26,30%

El montante de los grupos que comunican en lengua B ha aumentado de modo espectacular.

Pero aun así, está lejos del nivel de bilingüismo individual ($e_X = \%70$). Lo cual es **normal**. Más aún: es consecuencia **matemática inevitable**.

0,64 < 0,80; 0,5689 < 0,80; 0,5057 < 0,80

6.5.- ¿Cuáles son las **efectividades** respectivas de cada una de las tres decisiones glotopolíticas adoptadas?

Matemáticamente hablando, la respuesta es inmediata:

$$\frac{\delta p'_{nB}}{\delta m_{nB}} \qquad \text{(ver 6.31)}$$

$$\frac{\delta p'_{nB}}{\delta e_X} \qquad \text{(ver 6.32)}$$

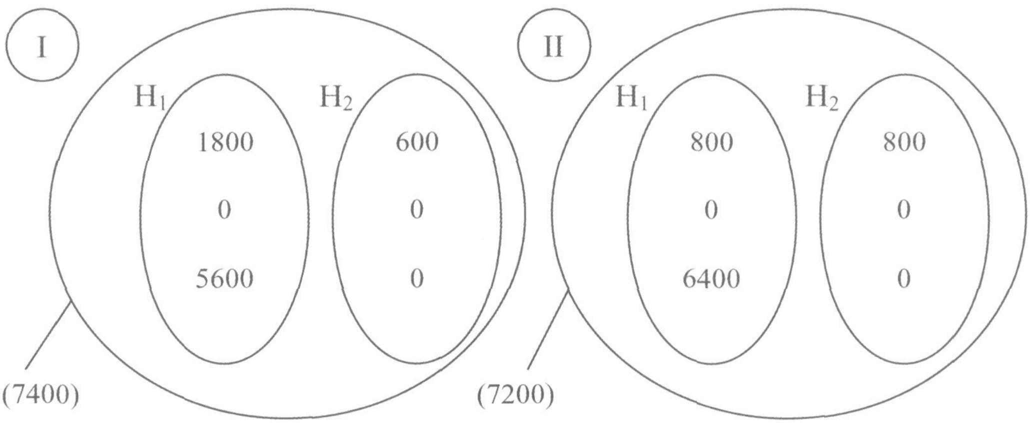
$$\frac{\delta p'_{nB}}{\delta g} \qquad \text{(ver 6.33)}$$

Son las **derivadas parciales** de p'_{nB}, respecto a las tres variables que modificamos sucesivamente, las que miden la eficacia **unitaria** respectiva de las medidas.

Más adelante volveremos sobre este tema.

6.6.- Volviendo a nuestro ejemplo numérico (6.4), vamos a **verificar** los resultados obtenidos analíticamente.

El cambio global es:



con $m_B = 0{,}80$ con $m_B = 0{,}90$

Hipótesis I

Dentro del sub-conjunto de la izquierda H_1 hay isotropía; y el uso de B en los diversos grupos es:

$$p'_{nB(I)} = 0{,}8 \cdot e^n_{X(I)}$$

$$e_{X(I)} = \frac{5600}{7400} = 0{,}756757$$

que da sucesivamente:

$$\begin{cases} p'_{2B(I)} = 0{,}8.0{,}756757^2 = 0{,}458145 \\ p'_{3B(I)} = 0{,}8.0{,}756757^3 = 0{,}346704 \\ p'_{4B(I)} = 0{,}8.0{,}756757^4 = 0{,}262371 \end{cases}$$

Para pasar a la totalidad del conjunto I, habrá que ponderar esas cifras multiplicándolas por W_I :

$$W_I = \frac{7400}{8000} = 0{,}925$$

con lo que obtenemos, respectivamente:

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}925.0{,}458145 = 0{,}423784 \\ p'_{3B} = 0{,}925.0{,}346704 = 0{,}320701 \\ p'_{4B} = 0{,}925.0{,}262371 = 0{,}242693 \end{cases}$$

que son, efectivamente, las cifras obtenidas analíticamente.

Hipótesis II

Siguiendo la misma marcha:

$$p'_{nB(II)} = 0{,}9 \cdot e^{n}_{X(II)}$$

$$e_{X(II)} = \frac{6400}{7200} = 0{,}888889$$

que dan sucesivamente:

$$\begin{cases} p'_{2B(II)} = 0{,}9.0{,}888889^2 = 0{,}711111 \\ p'_{3B(II)} = 0{,}9.0{,}888889^3 = 0{,}632099 \\ p'_{4B(II)} = 0{,}9.0{,}888889^4 = 0{,}561866 \end{cases}$$

Ponderando con

$$W_{II} = \frac{7200}{8000} = 0{,}9$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}9.0{,}711111 = 0{,}639999 \\ p'_{3B} = 0{,}9.0{,}632099 = 0{,}568889 \\ p'_{4B} = 0{,}9.0{,}561866 = 0{,}505679 \end{cases}$$

que son, efectivamente, las obtenidas analíticamente.

6.7.- Volvamos a (6.5); y analicemos ahora las efectividades respectivas de las 3 glotopolíticas posibles.

6.71.- Aumento de la **lealtad** de los bilingües; pasando de $m_B = 0{,}8 \rightarrow m_B = 0{,}9$. (Dejamos como antes tanto g como e_X).

$$\begin{cases} g = 0{,}75 \\ m_B = 0{,}90 \text{ (cambiado)} \\ e_X = 0{,}7 \end{cases}$$

$$p'_{nB} = 0{,}9 \frac{0{,}7^n}{(0{,}75.0{,}3 + 0{,}7)^{n-1}} = 0{,}9 \frac{0{,}7^n}{0{,}925^{n-1}}$$

$$\begin{cases} n=2 \rightarrow p'_{2B}=0{,}9\dfrac{0{,}7^2}{0{,}925}=0{,}476756 \\ n=3 \rightarrow p'_{3B}=0{,}9\dfrac{0{,}7^3}{0{,}925^2}=0{,}9\dfrac{0{,}343}{0{,}855625}=0{,}360789 \\ n=4 \rightarrow p'_{4B}=0{,}9\dfrac{0{,}7^4}{0{,}925^3}=0{,}9\dfrac{0{,}2401}{0{,}791453}=0{,}273029 \end{cases}$$

El aumento es **lineal**.

$$\frac{0{,}476756}{0{,}423784}=1{,}125\,;\ \frac{0{,}360789}{0{,}320701}=1{,}125\,;\ \text{etc.}=\frac{0{,}9}{0{,}8}=1{,}125$$

Al pasar de la lealtad $m_B=0{,}8 \rightarrow m_B=0{,}9$, aumentamos el uso de B en un **12,5%** en todos los grupos.

El paso de 0,8 a 0,9 en el **uso** de los bilingües entre ellos (de %80 a %90) es probablemente difícil de conseguir. Pero no imposible.

Hay que incidir en el **comportamiento de los bilingües** entre ellos. Contra lo que se difunde por ahí, la lealtad de los bilingües suele ser **alta**.

6.72.- Aumento del **nivel de bilingüismo individual** e_X.

Hemos parado , en nuestro ejemplo de $e_X=0{,}7$ a $e_X=0{,}8$:

$$\begin{cases} g=0{,}75 \\ m_B=0{,}80 \\ e_X=0{,}8 \text{ (cambiado)} \end{cases}$$

$$p'_{nB}=0{,}8\frac{0{,}8^n}{(0{,}75.0{,}2+0{,}8)^{n-1}}=0{,}8\frac{0{,}8^n}{0{,}95^{n-1}}$$

$$\begin{cases} n=2 \rightarrow p'_{2B}=0{,}8\dfrac{0{,}8^2}{0{,}95}=0{,}8\dfrac{0{,}64}{0{,}95}=0{,}5389 \\ n=3 \rightarrow p'_{3B}=0{,}8\dfrac{0{,}8^3}{0{,}95^2}=0{,}8\dfrac{0{,}512}{0{,}9025}=0{,}4538 \\ n=4 \rightarrow p'_{4B}=0{,}8\dfrac{0{,}8^4}{0{,}95^3}=0{,}8\dfrac{0{,}4096}{0{,}857375}=0{,}382190 \end{cases}$$

0,5389>0,4238; 0,4538>0,3207; 0,3822>0,2427

Pero esto ha supuesto pasar de:
0,7.8000=5600 bilingües, a
0,8.8000=6400 bilingües.

Es decir, ha habido que conseguir **800** bilingües más. Con un esfuerzo que hay que calibrar. Y el aumento en el uso de B ha sido del 10%, aproximadamente.

6.73.- Aumentando la **anisotropía** (pasando de $g = 0{,}75 \rightarrow g = 0{,}50$):

$$\left[\begin{array}{l} g = 0{,}50 \text{ (cambiado)} \\ m_B = 0{,}80 \\ e_X = 0{,}70 \end{array}\right.$$

$$p' = 0{,}8 \frac{0{,}7^n}{(0{,}5.0{,}3 + 0{,}7)^{n-1}} = 0{,}8 \frac{0{,}7^n}{0{,}85^{n-1}}$$

$$n = 2 \rightarrow p'_{2B} = 0{,}8 \frac{0{,}7^2}{0{,}85} = 0{,}8 \frac{0{,}49}{0{,}85} = 0{,}461176$$

$$n = 3 \rightarrow p'_{3B} = 0{,}8 \frac{0{,}7^3}{0{,}85^2} = 0{,}8 \frac{0{,}343}{0{,}7225} = 0{,}379792$$

$$n = 4 \rightarrow p'_{4B} = 0{,}8 \frac{0{,}7^4}{0{,}85^3} = 0{,}8 \frac{0{,}2401}{0{,}614125} = 0{,}312770$$

Se ha mejorado el empleo de B.

Pero parece muy difícil el alterar las relaciones globales en la comunidad, disminuyendo el contacto lingüístico con los bilingües.

Las 3 disposiciones:

- **aumento de la lealtad de los bilingües;**
- **aumento del nivel de bilingüismo individual;**
- **aumento de la anisotropía**

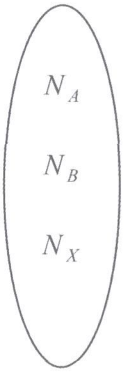
favorecen el uso de B.

6.731.- Más aún: pueden calcularse los cambios **necesarios** (en m_B, e_X, g) para obtener **un determinado nivel de uso de B**.

Como veremos numéricamente más adelante.

VII
Lealtad de los bilingües en situación anisotrópica

7.1.- Retomemos el hilo a partir del Cap. IV.



Vimos allí que, en situación **isotrópica**, el nivel de uso de B en los grupos de n locutores es:

$$p'_{nB} = (1 - e_A)^n - (1 - m_{nB})e_X^n \qquad \text{(ver 4.2)}$$

que nos permite calcular las lealtades m_{nB} a partir de los niveles de uso observados empíricamente:

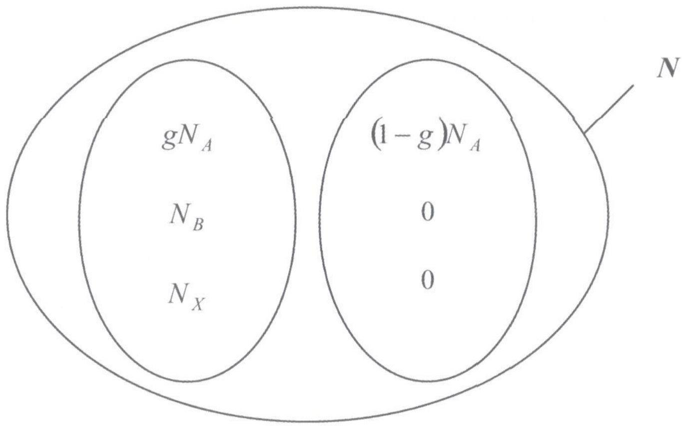
$$\boxed{m_{nB} = 1 + \frac{p'_{nB} - (1 - e_A)^n}{e_X^n}} \qquad \text{(ver 4.4)}$$

Si hubiera situación isotrópica, el cálculo de las lealtades de los bilingües en los diferentes grupos sería inmediato (una vez conocidos, empíricamente, los niveles de conocimiento y de uso de las lenguas).

En particular, nos sería sencillo conocer los valores sucesivos m_{2B}, m_{3B}, m_{4B} ... de esa lealtad de los bilingües; y si ese valor es constante o no cuando el número de interlocutores aumenta.

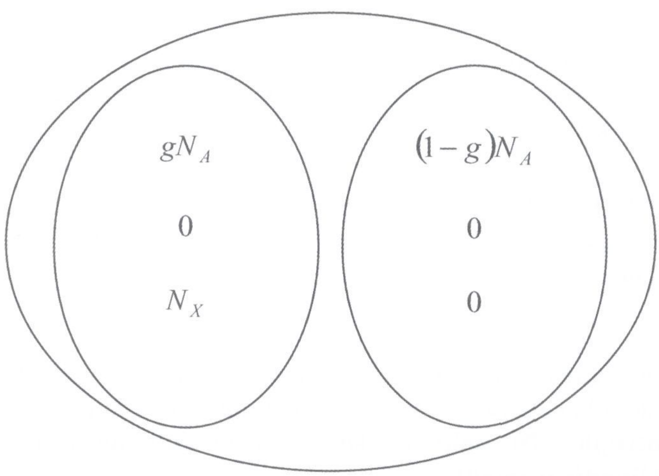
7.2.- Ahora bien: centenares de mediciones, realizadas en poblaciones diversas desde 1991, nos han llevado a la conclusión de que, **normalmente**, estamos en presencia de una **situación anisotrópica. No todos los locutores monolingües *a* de la lengua A están "integrados" lingüísticamente**.

El esquema socio-lingüístico habitual es:



En la que **solo una parte *g*** $(0 \leq g \leq 1)$ **de los monolingües *a*** está en relación lingüística con la comunidad bilingüe.

7.21.- En el caso particular $N_B = 0$ (tras la desaparición de los últimos monolingües *b* de la lengua B), que refleja en primera aproximación la situación de las lenguas en proceso de extinción, en las fases avanzadas de la sustitución, tenemos:



que es el esquema que aplicamos normalmente a la situación actual de la lengua vasca (Cap. V).

En consecuencia, no podemos calcular las lealtades m_{nB} por la expresión dada en 7.1 **(porque no hay isotropía)**. Y tenemos que partir de

$$\boxed{m_{nB} = p'_{nB} \frac{(ge_A + e_X)^{n-1}}{e_X^n}} \qquad \text{(expresión general)}$$

en que g nos es también desconocido; y que es siempre válida.

-Es aplicable incluso cuando hay **isotropía**; sin más que hacer $g = 1$ en este caso tendríamos:

$$m_{nB} = p'_{nB} \frac{1}{e_X^n}$$

que ya habíamos presentado anteriormente (ver 5.1)

7.3.- La situación es, pues, la siguiente:

$$\begin{cases} (1) \quad p'_{2B} = m_{2B} \dfrac{e_X^2}{A} \qquad \text{con } A = ge_A + e_X \\ (2) \quad p'_{3B} = m_{3B} \dfrac{e_X^3}{A^2} \\ (3) \quad p'_{4B} = m_{4B} \dfrac{e_X^4}{A^3} \\ \quad \vdots \\ (n\text{-}1) \quad p'_{nB} = m_{nB} \dfrac{e_X^n}{A^{n-1}} \end{cases}$$

- Los valores $p'_{2B}, p'_{3B}, p'_{4B}$... representan **el nivel de uso total** de los grupos de 2, 3, 4... locutores, que utilizan B; niveles que conocemos empíricamente, por medición en la calle.

Si observamos N_2 grupos de 2 personas, y constatamos que N_{2B} grupos están utilizando B en su comunicación:

$$p'_{2B} = \frac{N_{2B}}{N_2}$$

y análogamente:

$$p'_{3B} = \frac{N_{3B}}{N_3}$$

$$\vdots$$

$$p'_{nB} = \frac{N_{nB}}{N_n}$$

Las lealtades sucesivas: m_{2B} , $m_{3B} \ldots m_{nB}$, no son observables directamente.

Pero el nivel de bilingüismo individual e_X , sí nos es conocido (por Censo, encuesta particular, etc.).

En cuanto a la cantidad $A = ge_A + e_X$, también nos es desconocida. Porque, si bien e_A y e_X nos son conocidos (por Censo, encuesta, etc.), como acabamos de apuntar; el nivel g de integración socio-lingüística de los monolingües a no lo es; ni es directamente observable. Es decir: tenemos n incógnitas.

Para las cuales disponemos de $n-1$ incógnitas (m_{2B} , $m_{3B} \ldots m_{nB}$) por un lado; más la incógnita g de nivel de integración de los monolingües a. Es decir: tenemos n incógnitas.

Para las cuales disponemos de $n-1$ ecuaciones, correspondientes a las ($n-1$ mediciones empíricas del uso de B en los diferentes grupos.

Si no se introduce alguna hipótesis complementaria, el problema es **matemáticamente insoluble**.

Por esta razón, algunas de las "soluciones" propuestas, sin alguna otra hipótesis que permite disponer **de una ecuación más**, son solo seudo-soluciones. Hay **indeterminación intrínseca**. Por mucho aparato algébrico o informático que se introduzca en la tentativa.

7.4.- Sí pueden hallarse soluciones **particulares** (para valores fijados apriorísticamente de g y de las lealtades m_{2B} , $m_{3B} \ldots m_{nB}$).

7.4.1.- Si ponemos, por ejemplo, $g = 1$ (isotropía), lo cual **no es** socialmente realizable (¿cómo conseguir que todos los monolingües a estén en pleno contacto con los bilingües x de la población?), entonces sí que es posible calcular las **lealtades-límite** para m_{nB} .

Análogamente, si suponemos $g = 0$ (anisotropía total), estamos postulando que los monolingües a **no tienen contacto lingüístico** con el resto de la comunidad. Lo cual tampoco es socialmente realizable.

Tras centenares de mediciones efectuadas estos años podemos afirmar que **nunca** hay isotropía; ni tampoco anisotropía total. Ya lo hemos dicho.

En realidad:

$$0 < g < 1$$

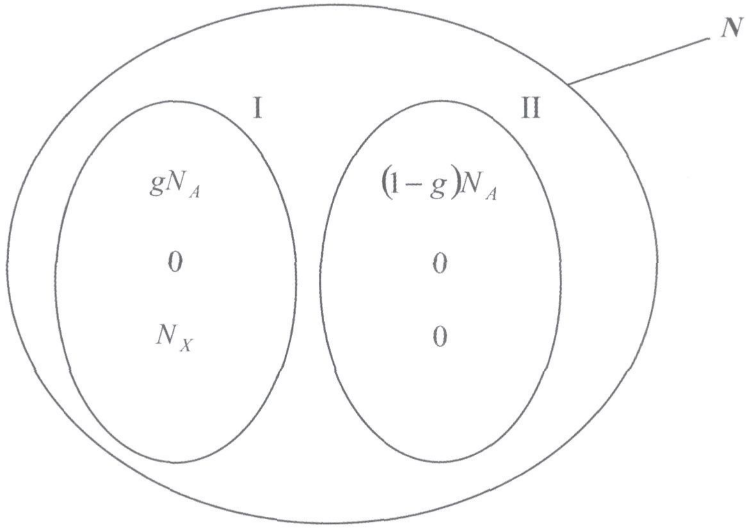
Por una parte, siempre hay monolingües a que conviven lingüísticamente con la población bilingüe (por razones familiares, laborales, etc.). Siempre se da una cierta **imposición** lingüística por parte de los monolingües.

Por la otra, la minoría monolingüe b es socialmente irrelevante, y no impone nunca B (hoy, en Euskal Herria).

7.5.- Dado que **el problema general es insoluble**, y a no ser que se añada alguna **hipótesis adicional** (como haremos más adelante), solo puede **acotarse** el problema; o *hallar soluciones particulares* **para valores especiales** *de* g *y* m_{nB}.

Es lo que hicimos en las **fases iniciales** de aplicación del método (ver en especial, Bat 3 - 4; 1991; págs. 53 – 92); en que obteníamos los niveles de anisotropía g para lealtades m_{nB} propuestas arbitrariamente.

7.6.- El punto de partida **general** es, por consiguiente:



Los pesos estadísticos respectivos de los sub-conjuntos (I) y (II) son:

$$W_I = \frac{gN_A + N_X}{N} = ge_A + e_X$$
$$W_{II} = \frac{(1-g)N_A}{N} = (1-g)e_A$$

W_I representa el peso estadístico de la comunidad integrada, mixta.

W_{II} representa el peso estadístico de la comunidad monolingüe, no integrada.

- Cuando hay **isotropía**:
  $g = 1 \rightarrow W_I = 1;\ W_{II} = 0$
- Cuando hay **anisotropía total**:
  $g = 0 \rightarrow W_I = e_X;\ W_{II} = e_A$

En ambos casos $W_I + W_{II} = 1$

7.7.- Para poder avanzar necesitamos una hipótesis **complementaria** (una ecuación más). Hipótesis que habrá que someter a una verificación empírica.

La **lealtad** lingüística de los bilingües m_{nB} nos es desconocida.

No tenemos razones claras para suponer que la utilización de B entre ellos (cuando son libres de elegir A o B) sea constante; pero ésa fue la hipótesis de partida en 1991, y en las primeras fases de utilización del método.

Esta hipótesis tenía ventajas operativas.

En efecto, si $m_{2B} = m_{3B} = m_B$ (constante), entonces:

$$p'_{2B} = m_B \cdot \frac{e_X^2}{A}$$

$$p'_{3B} = m_B \cdot \frac{e_X^3}{A^2}$$

Efectuando el cociente:

$$\frac{p'_{2B}}{p'_{3B}} = \frac{e_X^2}{A} \frac{A^2}{e_X^3} = \frac{A}{e_X}$$

$$A = e_X \frac{p'_{2B}}{p'_{3B}}$$

- p'_{2B} y p'_{3B} son conocidos por **medición**, empírica
- e_X es conocido (Censo, encuesta, etc.)

En consecuencia, podemos calcular A.

Pero $$A = ge_A + e_X$$

De aquí deducimos

$$g = \frac{A - e_X}{e_A}$$

Con lo que el problema está resuelto.

7.71.- Por ejemplo.

Supongamos una población en que los niveles de conocimiento de A y B son:

$N_A = 3250$ (monolingües *a*, de lengua A)
$N_X = 2340$ (bilingües)
$N = 5590$ ("Soziolinguistika Matematikoa", 130)

Los niveles de conocimiento son:

$$e_A = \frac{3250}{5590} = 0{,}581395$$
$$e_X = \frac{2340}{5590} = 0{,}418605$$

Y supongamos que se han efectuado dos mediciones, "de calle", de **uso** de la lengua B; en los grupos de 2 y 3 locutores.

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}21 \\ p'_{3B} = 0{,}16 \end{cases}$$

La situación es la siguiente, cara a la resolución del problema matemático:

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}21 = \dfrac{e_X^2}{A} m_{2B} \\ \\ p'_{3B} = 0{,}16 = \dfrac{e_X^3}{A^2} m_{3B} \end{cases}$$

Como hemos dicho, y repetido, tenemos 2 ecuaciones, y 3 incógnitas: A, m_{2B}, m_{3B}.

Si suponemos que la lealtad lingüística de los bilingües **no varía** al variar el número de interlocutores:

$m_{2B} = m_{3B} = m_B$

entonces, si dividimos:

$$\frac{p'_{2B}}{p'_{3B}} = \frac{0{,}21}{0{,}16} = \frac{e_X^2}{A} \cdot \frac{A^2}{e_X^3} = \frac{A}{e_X}$$

$$A = \frac{0{,}21}{0{,}16} e_X = \frac{0{,}21}{0{,}16} 0{,}418605 = 0{,}549419$$

de donde:

$$g = \frac{A - e_X}{e_A} = \frac{0{,}549419 - 0{,}418605}{0{,}581395} = 0{,}225$$

y

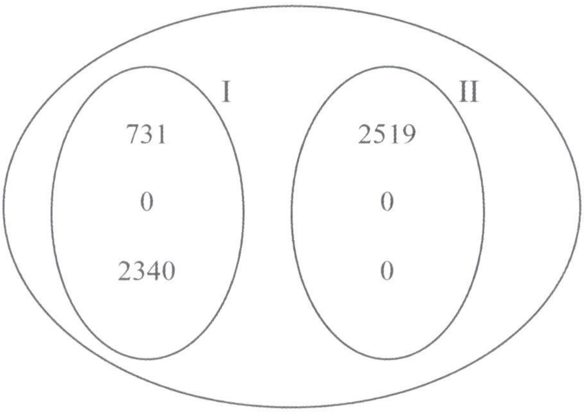
$$m_B = \frac{0{,}21 . 0{,}549419}{0{,}418605^2} = 0{,}658437$$

El nivel de integración de los monolingües *a* es **bajo**:

$$\begin{cases} 0{,}225.3250 = 731 \text{ (lingüísticamente integrados)} \\ 0{,}775.3250 = 2519 \text{ (lingüísticamente no-integrados)} \end{cases}$$

Y el nivel de lealtad m_B de los bilingües es **alto**. Los bilingües usan B **entre ellos** en el 65,84% de las ocasiones en que ello es posible.

Las cosas pasan como si el esquema sociolingüístico fuera:



La mayor parte de la población monolingüe a no tiene relación con el conjunto bilingüe.

El nivel global de **conocimiento** es de un 41,86%, frente al de **utilización** (21% en las parejas; 16% en los tríos).

Pero deducir de esa diferencia que hay "desidia" en el comportamiento de los bilingües es **falso**; pues éste alcanza el nivel de **65,84%** (los bilingües hablan B entre ellos con frecuencia notable).

Es cierto que un comportamiento "radical" por parte de los bilingües (utilizando **siempre** B entre ellos) nos llevaría a un nivel de utilización de:

$$p'_{2B} = 1.\frac{e_X^2}{A} = 1.\frac{0{,}418605^2}{0{,}549419} = 0{,}318937$$

superior al **0,21** inicial; pero seguiríamos lejos del nivel de **conocimiento** $e_X = 0{,}418605$.

Pero efectuar la diferencia:

$$e_X - p'_{2B} = 0{,}418605 - 0{,}318937 = 0{,}099668$$

y deducir que este 9,9668% demuestra que hay "muchos bilingües que no emplean B entre ellos", es FALSO; porque, justamente, hemos supuesto $m_B = 1$ (que los bilingües usan **siempre** B entre ellos).

Quien sostiene eso **desconoce** los condicionantes matemáticos que rigen el uso de las lenguas en una comunidad bilingüe.

Repetimos que es **inevitable**, por razones matemáticas, que el nivel de uso de B sea siempre **inferior** al nivel de conocimiento (ver 3.6)

7.8.- Vamos a estudiar ahora la serie **de los niveles de utilización de B** en los sucesivos grupos de locutores **para *n* = 2, 3, 4, 5, etc.**

Esta serie es **decreciente** con frecuencia.

Pero **no siempre**. Habrá que explicarlo.

Para ello retomemos la serie p'_{2B}, p'_{3B}, p'_{4B}, p'_{5B}, etc., con valores sucesivos:

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{A^{n-1}}$$

O, más explícitamente:

$$\boxed{p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{\left(ge_A + e_X\right)^{n-1}}}$$

Para ver si es creciente o decreciente:

$$p'_{(n+1)B} = m_{(n+1)B} \frac{e_X^{n+1}}{\left(ge_A + e_X\right)^n}$$

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{\left(ge_A + e_X\right)^{n-1}}$$

Escribamos el cociente:

$$\frac{p'_{(n+1)B}}{p'_{nB}} = \frac{m_{(n+1)B}}{m_{nB}} \cdot \frac{e_X^n}{ge_A + e_X}$$

Ya hemos dicho que:

$$\frac{m_{(n+1)B}}{m_{nB}} \approx 1 \text{ (sobre todo para } n \text{ elevados)}$$

Y por otra parte:

$$ge_A + e_X$$

es mayor que e_X, **a no ser que *g* sea negativo.**

En la realidad sociolingüística *g* no puede ser negativo. Con g < 0 todo cuanto venimos diciendo pierde sentido. Las fórmulas obtenidas solo valen si $g \geq 0$.

Es **normal**, por consiguiente, postular

$g \geq 0$

con lo que $$ge_A + e_X \geq e_X$$

y el factor $$\frac{e_X}{ge_A + e_X} \leq 1$$

Lo que quiere decir que, efectivamente, la **serie**:
p'_{2B}, p'_{3B}, $p'_{4B} \cdots p'_{nB}$

que muestra los niveles **de utilización de B** en los diferentes grupos de locutores, **es una serie decreciente**.

7.81.- Si las mediciones empíricas muestran (como hemos constatado en diversas poblaciones) que esa **serie es creciente**, ello quiere decir que ha habido inversión de la situación.

Y que, en consecuencia, la expresión

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

no es aplicable.

Ahora la serie: p'_{2B}, p'_{3B}, p'_{4B}... es **creciente**; y la simétrica:
p'_{2A}, p'_{3A}, $p'_{4A} \cdots$
es justamente la serie **decreciente**.

Ha habido **inversión** en la dominancia.
Dado que $ge_A + e_X = A$, tenemos:

$$g = \frac{A - e_X}{e_A}$$

Si en una situación dada $A < e_X$, $g < 0$; en la que el planteamiento original pierde su sentido.
Ahora bien:

$$A = e_X \frac{p'_{2B}}{p'_{3B}}$$

(en el caso de que tomemos en consideración p'_{2B} y p'_{3B})

Pero también en general: $$A = e_X \frac{p'_{nB}}{p'_{(n+1)B}}$$

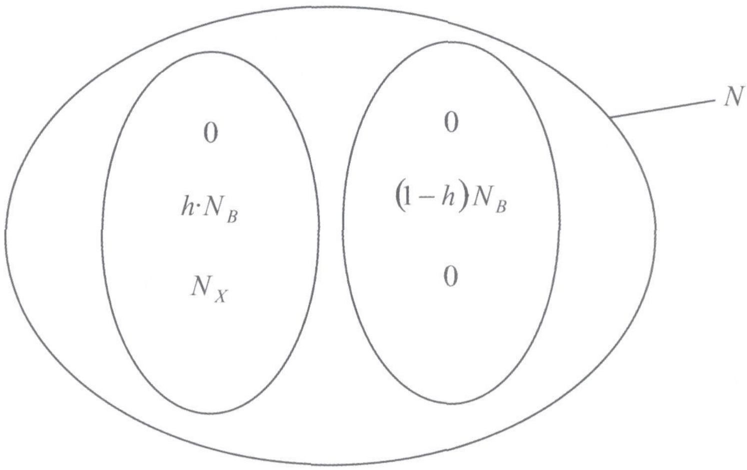
Pero si la serie p'_{nB} es **creciente** (contra lo habitual), entonces $A < e_X$, y g pasa a ser **negativa**.

Es esto lo que ocurre normalmente hoy en muchos pueblos de Euskal Herria: que es la serie p'_{nA} la que es **decreciente**, en tanto que la serie p'_{nB} se hace **creciente**.

7.82.- En el caso particular (límite) en que las mediciones empíricas arrojen $p'_{2B} = p'_{3B}$ (situación totalmente anómala), entonces $A = e_X$, lo que lleva a $\mathbf{g = 0}$. Estamos en **anisotropía total**: **ningún** monolingüe *a* está integrado. **Es el punto de inversión.**

La situación se ha invertido.

El esquema inicial es ahora:



En que *h* es ahora **la parte** de los monolingües *b* que mantiene relaciones lingüísticas con la comunidad bilingüe N_X; en tanto que la parte $(1 - h)$ viven aisladas en un subconjunto de lengua B.

Al existir ahora **solo monolingües *b*** y **bilingües *x***, hay que hablar de inversión de la dominancia.

Este fenómeno, desconocido hasta ahora en el País Vasco, empieza a ser perceptible en ciertas poblaciones. Como demuestran las mediciones **empíricas**.

Hay anisotropía, sí, pero ahora son los monolingües *b* los que presentan esa anisotropía.

7.83.- Analicemos lo ocurrido al analizar los datos de la población de **Bergara**.

Las encuestas ofrecen el siguiente resultado:

$e_X = 0{,}68$ (nivel individual de bilingüismo)

Las mediciones realizadas este verano de 2000 en dicha población, bajo la supervisión de la investigadora **Olatz Altuna**, muestran:

Grupos de 2 personas observados:

$N_2 = 1882$ grupos

$N_{2B} = 630$ grupos comunicando en B (euskara)

$$p'_{2B} = \frac{630}{1882} = 0{,}334750$$

Grupos de 3 personas:

$N_3 = 1165$

$N_{3B} = 449$

$$p'_{3B} = \frac{449}{1165} = 0{,}385408$$

Grupos de 4 personas:

$N_4 = 731$

$N_{4B} = 299$

$$p'_{4B} = \frac{299}{731} = 0{,}409029$$

Grupos de 5 personas:

$N_5 = 348$

$N_{5B} = 87$

$$p'_{5B} = \frac{87}{348} = 0{,}25$$

Esta medición, referente a los grupos de **5** personas, parece anormalmente **baja** (cuando se compara a las 4 anteriores, que sí se presentan como coherentes). Por esta razón solo utilizaremos las 4 primeras.

La serie W_I es **creciente**:

$0{,}334750 \rightarrow 0{,}385408 \rightarrow 0{,}409029$

lo que muestra que ha habido **inversión**.

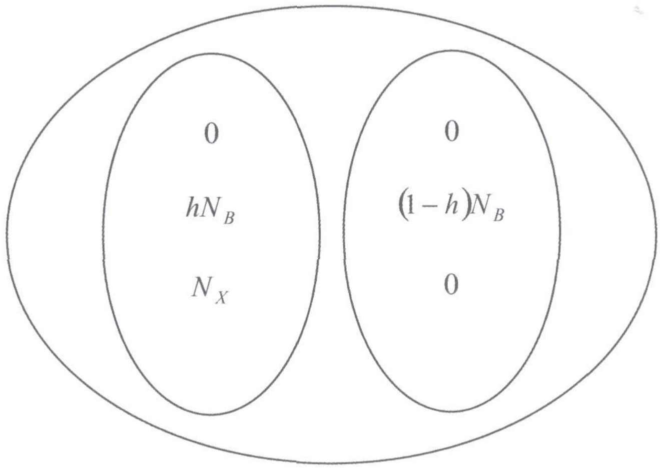
En efecto:

$$A = 0{,}68 \frac{0{,}385408}{0{,}409029} = 0{,}640731\,;$$

que da:

$$g = \frac{A - e_X}{e_A} = \frac{0{,}640731 - 0{,}68}{0{,}32} < 0$$

Habrá que partir de la situación siguiente:



Con $$\boxed{p'_{nA} = m_{nA}\frac{e_X^n}{(he_B + e_X)^{n-1}}} = m_{nA}\frac{e_X^n}{B^{n-1}}$$

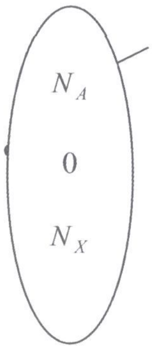
$$\boxed{he_B + e_X = B}$$

$$\boxed{h = \frac{B - e_X}{e_B}}$$

Son éstos los cálculos que efectuaremos en el próximo capítulo.

VIII
La primera aproximación matemática a la solución

8.1.- Consistía en admitir como suficiente el siguiente esquema base:



N Haciendo $N_B = 0$

(por considerar irrelevante, en primera aproximación, la existencia monolingües *b*).

En esta hipótesis, en la comunidad considerada se considerará que **solo** hay 2 tipos de locutores: N_A monolingües *a*, y N_X bilingües *x*.

En este caso, como ya hemos dicho, los niveles **de uso** de B en los diferentes grupos de *n* locutores son:

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

que es una serie p'_{nB} **decreciente al aumentar *n***.

p'_{nB} : nivel de utilización de la lengua B en los grupos de *n* locutores

m_{nB}: lealtad lingüística de los bilingües hacia B en los diferentes grupos de locutores

e_X : nivel de bilingüismo, individual

g: tasa de integración de los monolingües A

e_A : nivel de monolingüismo individual (lengua A)

8.11.- Pongamos un ejemplo:

$$\left[\begin{array}{l} e_X = 0{,}4 \quad (e_A = 0{,}6) \\ m_{nB} = 0{,}7 \end{array}\right.$$

$$A = ge_A + e_X = 0{,}6g + 0{,}4$$

Con una tasa de integración de los monolingües

$g = 0{,}3$ (baja) $\qquad A = 0{,}6.0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}58$

$$p'_{nB} = 0{,}7 \frac{0{,}4^n}{0{,}58^{n-1}}$$

$$\begin{cases} n=2 \rightarrow p'_{2B}=0{,}193103 \\ n=3 \rightarrow p'_{3B}=0{,}133175 \\ n=4 \rightarrow p'_{4B}=0{,}091845 \end{cases}$$

La situación es la **normal**: B se emplea **menos** en los grupos numerosos.
El descenso es tanto más rápido cuanto **mayor** sea g.
Con $g = 1$ (isotropía):

$$A = ge_A + e_X = 1.0{,}6 + 0{,}4 = 1$$

$$p'_{nB} = m_{nB} \cdot 0{,}4^n$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = m_{2B} \cdot 0{,}16 \\ p'_{3B} = m_{3B} \cdot 0{,}064 \\ p'_{4B} = m_{4B} \cdot 0{,}0256 \end{cases}$$

Para $m_{nB} = 0{,}7$

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}7.0{,}16 = 0{,}1120 \\ p'_{3B} = 0{,}7.0{,}064 = 0{,}0448 \\ p'_{4B} = 0{,}7.0{,}0256 = 0.01792 \end{cases}$$

con descenso pronunciado.

8.12.- Pongamos otro ejemplo:

$$\begin{cases} e_X = 0{,}8 \quad (e_A = 0{,}2) \\ m_{nB} = 0{,}85 \end{cases}$$

$$A = 0{,}2g + 0{,}8$$

con una tasa g elevada:

$$g = 0{,}9 \rightarrow A = 0{,}98$$

$$\begin{cases} n=2 \rightarrow p'_{2B} = 0{,}85\dfrac{0{,}64}{0{,}98} = 0{,}555102 \\ n=3 \rightarrow p'_{3B} = 0{,}85\dfrac{0{,}512}{0{,}9604} = 0{,}453145 \\ n=4 \rightarrow p'_{4B} = 0{,}85\dfrac{0{,}4096}{0{,}941192} = 0{,}369914 \end{cases}$$

Serie **decreciente** igualmente.

8.13.- Como puede verse analíticamente (y ya lo hemos visto: 7.8.):

$$\begin{cases} p'_{(n+1)B} = m_{(n+1)B} \dfrac{e_x^{n+1}}{A^n} \\[2ex] p'_{nB} = m_{nB} \dfrac{e_x^n}{A^{n-1}} \end{cases}$$

$$\frac{p'_{(n+1)B}}{p'_{nB}} = \frac{m_{(n+1)B}}{m_{nB}} \cdot \frac{e_X}{A}$$

Como veremos más adelante:

$$\frac{m_{(n+1)B}}{m_{nB}} \approx 1 \qquad \text{(cuando } n \text{ crece)}$$

luego

$$\frac{p'_{(n+1)B}}{p'_{nB}} \approx \frac{e_X}{A} = \frac{e_X}{ge_A + e_X}$$

Para $g > 0$, el denominador es:

$$ge_A + e_X > e_X$$

que es tanto como decir que, **normalmente**, la serie de valores es **decreciente**: **El uso de B decrece cuando *n* crece**.

No ocurre lo mismo, como veremos, cuando $g < 0$.

8.2.- Volvamos ahora al problema matemático que se nos plantea (ver 7.6 especialmente).

Tenemos un sistema de $n - 1$ ecuaciones (correspondientes a $\boldsymbol{n - 1}$ mediciones, **empíricas**, de campo) del **uso observado** de las dos lenguas. Pero tenemos, al mismo tiempo, un conjunto de n incógnitas (volver al párrafo 7.3. para cerciorarse).

8.3.- Hay razones **prácticas** que hacen inviables las encuestas para grupos de 20,30, 50, 100 locutores. Es difícil, efectivamente, observar el comportamiento lingüístico en grupos de 20, 30, 50, 100 interlocutores, con cifras que ofrezcan un mínimo de fiabilidad.

La experiencia muestra que el número de **grupos de locutores** que es posible observar, baja rápidamente cuando aumenta el número de locutores.

Es relativamente fácil hallar grupos pequeños de personas que **conversan**, realmente **en grupos** en una lengua determinada.

Pero es prácticamente imposible hallar, por ejemplo, grupos estables, de 20, 30, 50 personas, en que la comunicación se prosiga, sin un fraccionamiento rápido, del conjunto global, en subconjuntos comunicativos de 2, 3, 4, 5, 6 locutores.

8.31.- Por otra parte, y por pura intuición, no parece razonable suponer que el comportamiento lingüístico de los bilingües, en su relación **interna**, **recíproca**, vaya a variar esencialmente (en lo referente a la elección de A o B para dicha intercomunicación) al pasar de un grupo de 18 personas, por ejemplo, a otro de 19.

Esto equivale a decir que el valor de la **lealtad** de los bilingües hacia B, que llamamos m_{nB}, no tiene por qué variar sensiblemente al variar el tamaño del grupo.

Parece razonable una cierta **constancia** de m_{nB}, **sobre todo** cuando ***n*** alcanza valores **elevados**.

Parece así **admisible**, prácticamente, (aunque revisable siempre en función de lo que se vaya deduciendo de las mediciones empíricas), reducir los cálculos a los grupos de 2, 3, 4 y 5 interlocutores.

8.4.- Partiremos así **de 4 mediciones empíricas** de **uso** de la lengua B, en los grupos de 2, 3, 4 y 5 interlocutores.

En ellas se cumplen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} p'_{2B} = m_{2B}\dfrac{e_X^2}{A} \\[2ex] p'_{3B} = m_{3B}\dfrac{e_X^3}{A^2} \\[2ex] p'_{4B} = m_{4B}\dfrac{e_X^4}{A^3} \\[2ex] p'_{5B} = m_{5B}\dfrac{e_X^5}{A^4} \end{cases}$$

con $$A = ge_A + e_X$$

Si ahora hacemos $\boxed{m_{4B} = m_{5B}}$

Tenemos 4 + 1 = 5 ecuaciones, con 5 incógnitas:
g (a través de A), m_{2B}, m_{3B}, m_{4B}, m_{5B}.

Y, por cociente de las 2 últimas:

$$\frac{p'_{4B}}{p'_{5B}} = \frac{e_X^4}{A^3} \cdot \frac{A^4}{e_X^5} = \frac{A}{e_X}$$

$$\boxed{A = e_X \frac{p'_{4B}}{p'_{5B}}}$$

Y de aquí:

$$\boxed{g = \frac{A - e_X}{e_A}}$$

Y, a partir de este valor de g:

$$\boxed{\begin{aligned} m_{2B} &= \frac{Ap'_{2B}}{e_X^2} \\ m_{3B} &= \frac{A^2 p'_{3B}}{e_X^3} \\ m_{4B} &= \frac{A^3 p'_{4B}}{e_X^4} \end{aligned}}$$

8.5.- En ciertos casos, y por razones puramente prácticas, no se dispone de mediciones fiables para los grupos de 5 personas.

En este caso haremos $\boxed{m_{3B} = m_{4B}}$; y tenemos:

$$\frac{p'_{3B}}{p'_{4B}} = \frac{e_X^3}{A^2} \cdot \frac{A^3}{e_X^4} = \frac{A}{e_X}$$

Es decir:

$$\boxed{A = e_X \frac{p'_{3B}}{p'_{4B}}}$$

$$\boxed{g = \frac{A - e_X}{e_A}}$$

Que dan, sucesivamente:

$$\boxed{\begin{aligned} m_{2B} &= \frac{Ap'_{2B}}{e_X^2} \\ m_{3B} &= \frac{A^2 p'_{3B}}{e_X^3} \end{aligned}}$$

8.51.- Ejemplo.

$$\left\{ \begin{aligned} e_X &= 0{,}56 \\ e_A &= 0{,}44 \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} p'_{2B} &= 0{,}21 \\ p'_{3B} &= 0{,}18 \\ p'_{4B} &= 0{,}16 \end{aligned} \right.$$

$$A = 0{,}56 \frac{0{,}18}{0{,}16} = 0{,}63$$

$$g = \frac{0{,}63 - 0{,}56}{0{,}44} = 0{,}1591$$

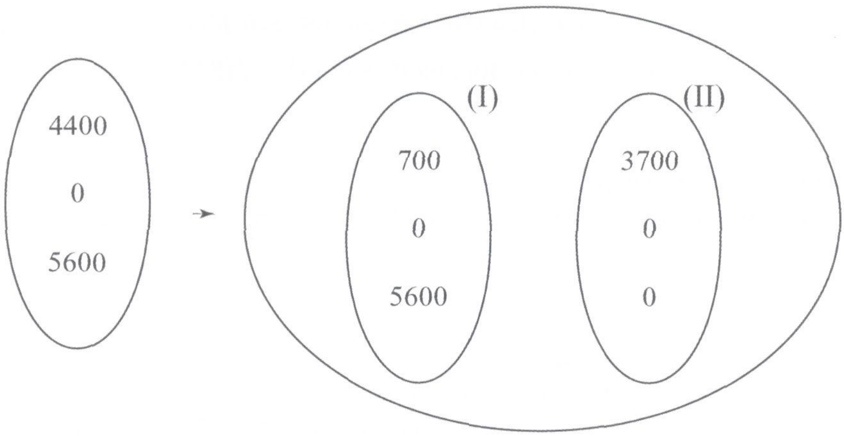
$$m_{2B} = \frac{0{,}63.0{,}21}{0{,}56^2} = 0{,}421875$$

$$m_{3B} = \frac{0{,}63^2.0{,}18}{0{,}56^3} = 0{,}406808$$

con los que conocemos el funcionamiento sociolingüístico de la población.

Si $N = 10000$ locutores

$$\left\{ \begin{aligned} N_X &= 10000.0{,}56 = 5600 \\ N_A &= 10000.0{,}44 = 4400 \end{aligned} \right.$$



$gN_A = 0{,}1591.4400 = 700$ monolingües a, lingüísticamente integrados.
$(1-g)N_A = 3700$ monolingües a, no-integrados.

Utilización de las lenguas:

B:
Parejas:

$$p'_{2B} = m_{2B}\frac{e_X^2}{A} = 0{,}421875\frac{0{,}56^2}{0{,}63} = 0{,}21$$

Tríos:

$$p'_{3B} = m_{3B}\frac{e_X^3}{A^2} = 0{,}406808\frac{0{,}56^3}{0{,}63^2} = 0{,}18$$

Las utilizaciones de A son, respectivamente:

$$\left[\begin{array}{l} p'_{2A} = 0{,}79 \ (= 1 - 0{,}21) \\ p'_{3A} = 0{,}82 \ (= 1 - 0{,}18) \end{array}\right.$$

8.511.- Si hubiera isotropía:

$$p'_{2B} = 0{,}421875.0{,}56^2 = 0{,}1323 \ (< 0{,}21)$$
$$p'_{3B} = 0{,}406808.0{,}56^3 = 0{,}071442 \ (< 0{,}18)$$

inferiores, como sabíamos de antemano.

Verificación:

$$p'_{nB(I)} = m_{nB}e^n_{X(I)} = m_{nB}\cdot 0{,}888889^n$$

$$p'_{nB} = \frac{6300}{10000} m_{nB}\cdot 0{,}888889^n$$

$$p'_{2B} = 0{,}63 . 0{,}421875 . 0{,}888889^2 = 0{,}21$$

$$p'_{3B} = 0{,}63 . 0{,}406808 . 0{,}888889^3 = 0{,}18$$

8.512.- Solo un brevísimo comentario a estos resultados.

Con un nivel de bilingüismo del 56% ($e_X = 0{,}56$), obtenemos niveles de uso de B de:

Parejas: 21%

Tríos: 18%

Muy lejos del 56% de conocimiento.

La lealtad de los bilingües ronda el 40% (que es bajo).

Pero la elevada anisotropía (g = 16%) hace posible un nivel de utilización relativamente satisfactorio (21% y 18%).

Si la situación fuera isotrópica ese nivel de uso sería mucho más bajo (%13 y %7, como acabamos de ver).

Aún se podría mejorar el nivel de uso aumentando la lealtad de los bilingües y aumentando la anisotropía. Pero no siempre es factible, ni socialmente deseable, variar bruscamente esos parámetros.

8.513.- Una última observación. **Siempre** se cumple (cuando solo hay monolingües *a* y bilingües *x*).

$$p'_{nA} + p'_{nB} = 1$$

Si, como ocurre normalmente, cuando es A la lengua dominante, p'_B **disminuye** al aumenta n; entonces, inevitablemente, p'_A **aumenta** al aumentar n.

Justamente el análisis de las series p'_{nA} y p'_{nB} muestra, a simple vista, cuál es la lengua dominante.

Pero es el carácter **ascendente** de los valores de p'_B lo que más claramente indica **la inversión de la situación**:

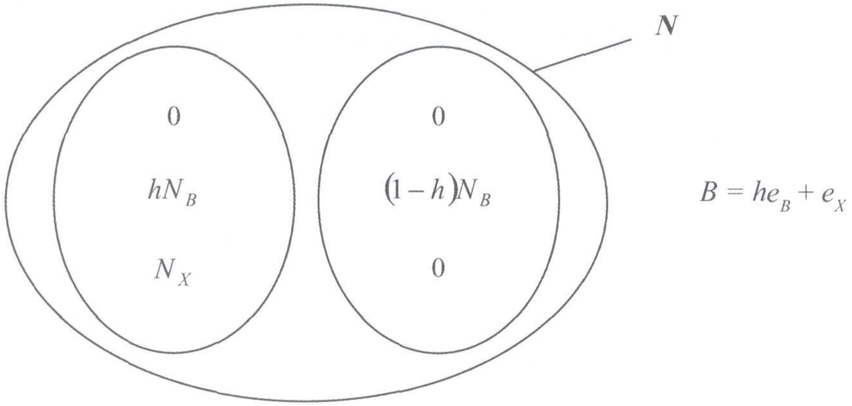
$$\left\{\begin{array}{l} p'_{2B} = 0{,}334750 \\ p'_{3B} = 0{,}385408 \\ p'_{4B} = 0{,}409029 \end{array}\right.$$

que implica

$$\left\{\begin{array}{l} p'_{2A} = 0{,}665250 \\ p'_{3A} = 0{,}614592 \\ p'_{4A} = 0{,}590971 \end{array}\right.$$

Son los valores de A los que son descendentes.

8.52.- Dado que constatamos esa **inversión** (son los monolingües *b* los que presentan anisotropía), la situación de salida es:



Con los niveles siguientes de utilización:

$$\begin{cases} p'_{2A} = m_{2A}\dfrac{e_X^2}{B} = 0{,}665250 \\ p'_{3A} = m_{3A}\dfrac{e_X^3}{B^2} = 0{,}614592 \\ p'_{4A} = m_{4A}\dfrac{e_X^4}{B^3} = 0{,}590971 \end{cases}$$

Hagamos aquí $m_{3A} = m_{4A}$

Y efectuando el cociente de las ecuaciones 3 y 4 tenemos:

$$\frac{p'_{3A}}{p'_{4A}} = \frac{0{,}614592}{0{,}590971} = \frac{e_X^3}{B^2}\cdot\frac{B^3}{e_X^4} = \frac{B}{e_X} = 1{,}039970$$

de donde $B = 1{,}039970.0{,}68 = 0{,}707179$

$$h = \frac{B - e_X}{e_B} = \frac{0{,}707179 - e_X}{e_B}$$

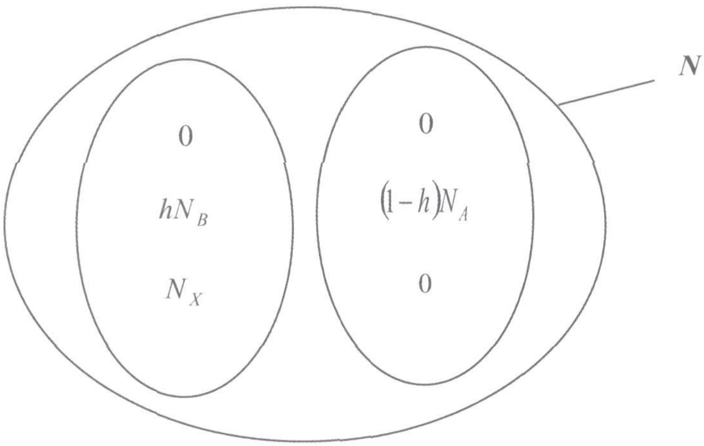
Al admitir que $e_A = 0$ (ya no hay monolingües *a*, o no tienen una presencia sensible):

$$e_X + e_B = 1$$

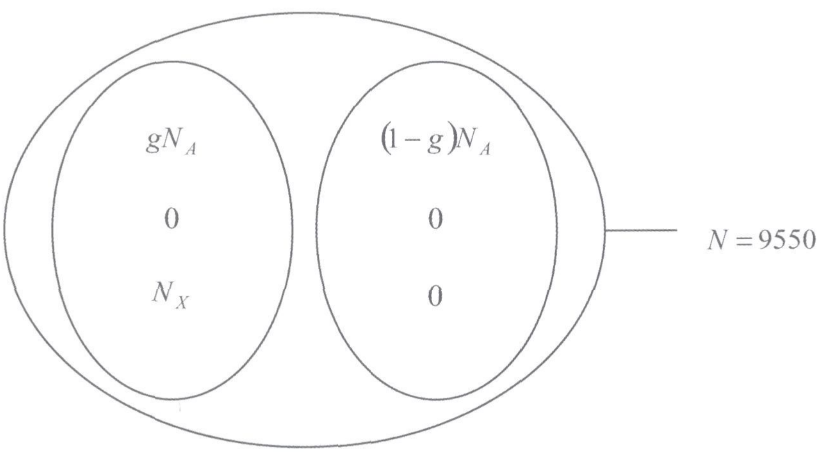
Y aquí nos encontramos con un problema nuevo: **los Censos no dan datos del monolingüismo** e_B.

Sin embargo, es claro que empieza a haber monolingües *b* **socialmente presentes**. Esto es inédito: antes sí había monolingües *b*, aislados en los caseríos, sin incidencia social. Ahora hay jóvenes **que funcionan como monolingües fácticos *b***.

8.521.- En el caso en que, "grosso modo", pueda estimarse que **solo hay monolingües *b* y bilingües *x***, podrá trabajarse a partir de la aproximación:



Que es la **simétrica estricta** de la utilizada para la anisotropía de los monolingües *a*; que es la que hemos venido utilizando estos años:



8.6.- Ejemplo

$$\left.\begin{array}{l} N_B = 6650 \\ N_A = 2900 \end{array}\right] \qquad N = 9550$$

con una dominancia clara de B.

$$\left[\begin{array}{l} e_B = \dfrac{6650}{9550} = 0{,}696335 \\ e_X = \dfrac{2900}{9550} = 0{,}303665 \end{array}\right.$$

Supongamos que **las mediciones de uso** aportan:

$$\left[\begin{array}{l} p'_{2B} = 0{,}875088 \\ p'_{3B} = 0{,}914363 \end{array}\right.$$

Entonces:

$$\left[\begin{array}{l} p'_{2A} = 0{,}124912 \\ p'_{3A} = 0{,}085637 \end{array}\right.$$

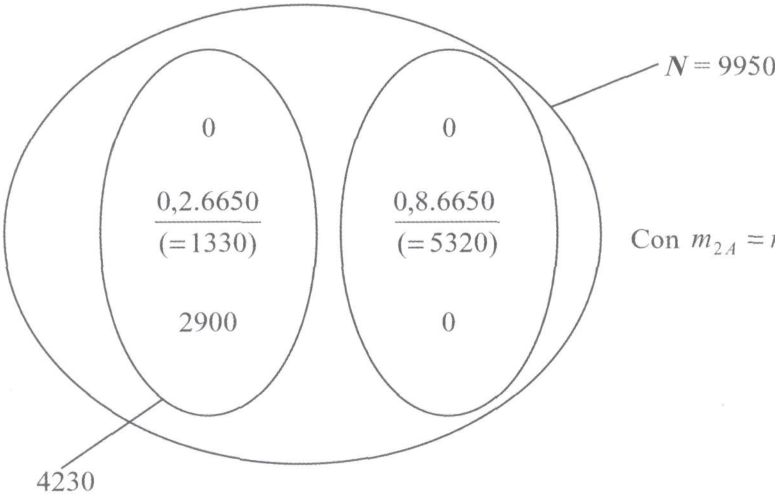
$$\frac{p'_{2A}}{p'_{3A}} = \frac{0{,}124912}{0{,}085637} = \frac{B}{0{,}303665}$$

$$B = 1{,}458622.0{,}303665 = 0{,}442932$$

$$h = \frac{B - e_X}{e_B} = \frac{0{,}442932 - 0{,}303665}{0{,}696335} = 0{,}2$$

$$m_{2A} = \frac{Bp'_{2A}}{e_X^n} = \frac{0{,}442932.0{,}124912}{0{,}303665^2} = 0{,}6$$

Lo que equivale al siguiente punto de partida:



Con $m_{2A} = m_{2B} = 0{,}6$

$$W_I = \frac{1330+2900}{9550} = 0{,}442932$$

$$e_{X(I)} = \frac{2900}{4230} = 0{,}685579$$

$$p'_{2A(I)} = 0{,}6.0{,}685579^2 = 0{,}282011$$

$$\begin{cases} p'_{2A} = 0{,}282011.0{,}442932 = 0{,}124912 \\ p'_{3A} = 0{,}6\cdot 0{,}685579^3.0{,}442932 = 0{,}085637 \end{cases}$$

8.7.- El problema matemático queda resuelto.

Pero nos encontramos, como ya hemos apuntado más arriba, con otro problema: **los Censos dan los totales de los monolingües *a* (N_A)**; pero no dan los totales de los **monolingües *b* (N_B)**.

Para resolver nuestro problema, por ejemplo, hemos lanzado la cifra $N_B = 6650$ monolingües *b*; que nos lleva a $e_B = 0{,}696335$; y a todo el desarrollo posterior, y a la resolución del problema.

Nos encontramos frente a un problema de **falta de datos estadísticos**.

Desde el punto de vista del cálculo, no hay duda que habría que solicitar al Instituto de Estadística, que incluya una pregunta que pida **el número de los vascófonos monolingües**; paralelamente a la cifra N_A que nos ofrece el número de **castellanófonos monolingües**.

De lo contrario nos veríamos obligados a fijar una tasa *h* de integración de los monolingües *b*, “por intuición”; con lo que esto supone de margen añadido de error.

IX
Tres situaciones típicas

Para fijar las ideas, vamos a analizar la situación de **tres** poblaciones, elegidas al azar; pero representativas de tres cuadros socio-linguísticos habituales en las comunidades lingüísticas minorizadas (y muy frecuentes, en particular, en el País Vasco actual).

9.1.- Población tipo 1

(con situación **claramente desfavorable** para la lengua B).

- **mayoría clara** de población monolingüe a:

$$e_A = 0{,}8 \quad (80\%)$$

lo que implica que el nivel de bilingüismo es **bajo**:

$$e_X = 0{,}2 \quad (20\%)$$

por consiguiente estadísticamente **irrelevante** (en éste y en otros dos ejemplos) la existencia una minoría ínfima monolingüe b (es decir, $e_B = 0$).

- **anisotropía muy reducida** (= **isotropía** elevada)

isotropía, $g = 0{,}9$ (90% "integrados")

(solo un 10% de los monolingües a viven en "vase clos", sin contacto lingüístico con la población bilingüe). Estamos en situación casi-isotrópica.

- **Lealtad de los bilingües** hacia lengua B, **baja** también:

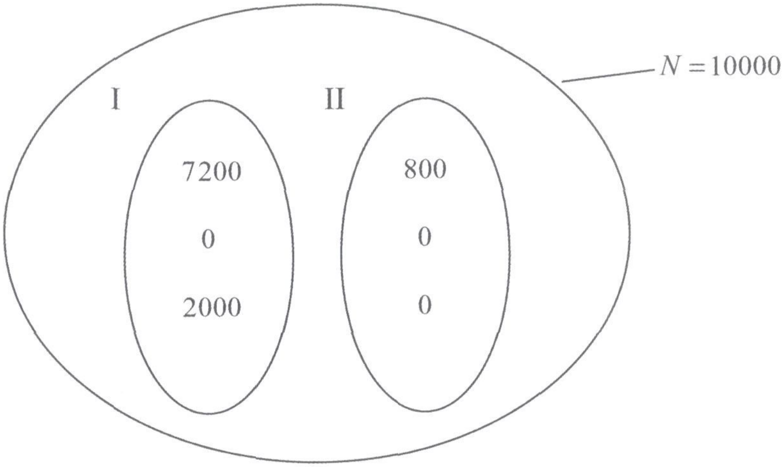
$$m_B = 0{,}3 .$$

Cuando comunican entre ellos, y **pueden** elegir libremente la lengua de comunicación, eligen la lengua B en solo un 30% de los casos; comunicando en A en el 70% restante.

Supondremos, para facilitar las cosas (tanto en este ejemplo, como en los otros 2 que siguen), que la población es de 10000 habitantes:

$N = 10000$

Es decir:



Como $e_A = 0{,}8 \rightarrow$ $N_A = 8000$ monolingües a

$N_X = 2000$ bilingües x

Los monolingües a se distribuyen en I y II, según el grado de anisotropía.
Un 90% de los monolingües no está "integrado":

$$\left[\begin{array}{l} (1-g)N_A = (1-0{,}9)8000 = 800 \text{ (monolingües, no-integrados)} \\ gN_A = 0{,}9.8000 = 7200 \text{ (monolingües, integrados)} \end{array}\right.$$

Sub-conjunto (I):

$$N_I = 7200 + 2000 = 9200$$

$$W_I = \frac{9200}{10000} = 0{,}92$$

$$e_{X(I)} = \frac{2000}{9200} = 0{,}217391$$

Sub-conjunto (II):

$$N_{II} = 800$$

$$W_{II} = \frac{800}{10000} = 0{,}08$$

Si nos referimos ahora a la totalidad:

$$p'_{nB} = m_{nB} e^n_{X(I)} \cdot W_I = 0{,}3.0{,}217391^n.0{,}92 = 0{,}276.0{,}217391^n$$

$$\left\{\begin{array}{l} p'_{2B} = 0{,}276.0{,}217391^2 = 0{,}013043 \\ p'_{3B} = 0{,}276.0{,}217391^3 = 0{,}002835 \\ p'_{4B} = 0{,}276.0{,}217391^4 = 0{,}000614 \\ p'_{5B} = 0{,}276.0{,}217391^5 = 0{,}000133 \\ \text{(etc.)} \end{array}\right.$$

Como se ve el uso de B es **casi imperceptible**. Solo se utiliza en el **1,3%** de las parejas; en el **0,28%** de los tríos; en el **0,06%** de los cuartetos; en el **0,01%** de los quintetos; etc.

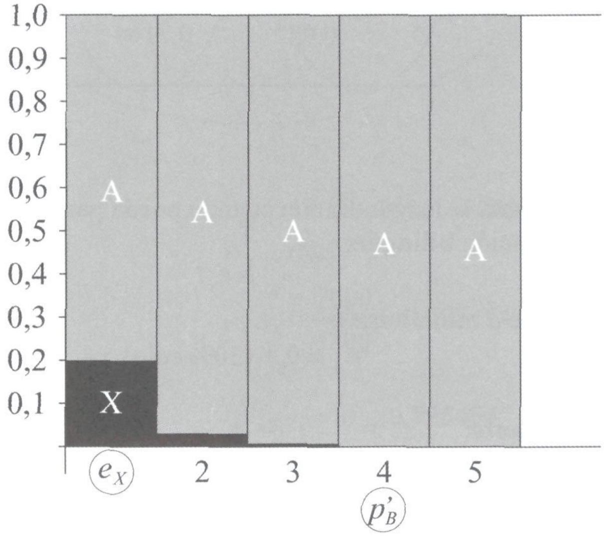
En tanto que el uso de A es aplastante; especialmente en los grupos numerosos. Se diría que en los grupos grandes, en los comités, en las asambleas, B desaparece estrictamente.

$$\left\{\begin{array}{l} p'_{2A} = 0{,}986957 \ (= 98{,}69\%) \\ p'_{3A} = 0{,}997165 \ (= 99{,}72\%) \\ p'_{4A} = 0{,}999386 \ (= 99{,}94\%) \\ p'_{5A} = 0{,}999867 \ (= 99{,}99\%) \\ \text{(etc.)} \end{array}\right.$$

A pesar de que, para el vulgo, esta desaparición objetiva de B de la circulación (con un 20% de bilingües) parezca "increíble".

(Dicho sea de paso para los vascos vascófonos, por ejemplo, esta predicción matemática es un hecho flagrante, que no necesita demostraciones. Las lenguas minoritarias **no se usan**).

9.11.- Representamos gráficamente lo que venimos diciendo:



Uso de B **imperceptible**.

9.12.- Verificación de las cifras por **vía analítica**.

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

$m_{nB} = 0{,}3$ (constante aquí)
$e_X = 0{,}2$

$$ge_A + e_X = 0{,}9.0{,}8 + 0{,}2 = 0{,}92$$

$$p'_{nB} = 0{,}3 \frac{0{,}2^n}{0{,}92^{n-1}}$$

$$p'_{2B} = 0{,}3 \cdot \frac{0{,}2^2}{0{,}92} = 0{,}3 \cdot \frac{0{,}04}{0{,}92} = 0{,}013043$$

$$p'_{3B} = 0{,}3 \frac{0{,}2^3}{0{,}92^2} = 0{,}3 \frac{0{,}008}{0{,}8464} = 0{,}0028355$$

$$p'_{4B} = 0{,}3 \frac{0{,}2^4}{0{,}92^3} = 0{,}3 \frac{0{,}0016}{0{,}7787} = 0{,}000616$$

$$p'_{5B} = 0{,}3 \frac{0{,}2^5}{0{,}92^4} = 0{,}3 \frac{0{,}00032}{0{,}7164} = 0{,}000134$$

9.2.- Población tipo 2

(situación **desfavorable** para la lengua B, aun cuando pueda parecer lo contrario).

- **mayoría** de población **bilingüe**:

$$e_X = 0{,}7$$

(población monolingüe *a* minoritaria):

$$e_A = 0{,}3 \ \ (30\% \text{ solo})$$

- **isotropía dominante**:

$$g = 0{,}6$$

(60% de los bilingües, "integrados"; frente a un 40% "no-integrados", monolingües *a*, que viven "aparte" entre ellos.

- **Lealtad de los bilingües**, relativamente elevada, utilizan B, entre ellos, en un 55% de los casos en que pueden elegir el vehículo de comunicación; en tanto que comunican en A, **entre ellos**, en un 45% de los casos:

$$m_{nB} = 0{,}55$$

Es decir:

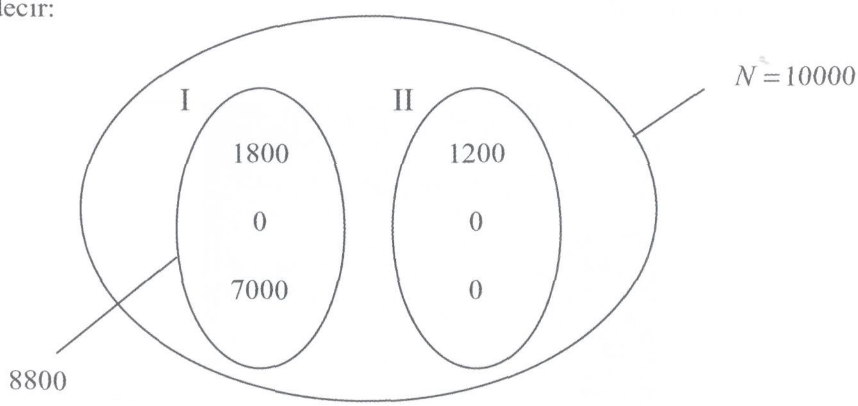
$$\begin{cases} N_A = 0{,}3.10000 = 3000 \\ N_X = 0{,}7.10000 = 7000 \end{cases}$$

De los 3000 monolingües *a*:

$$gN_A = 0{,}6.3000 = 1800 \ \text{ están "integrados".}$$

$$(1-g)N_A = 0{,}4.3000 = 1200 \ \text{ "no-integrados".}$$

Es decir:



$$N_I = 1800 + 7000 = 8800$$
$$W_I = 0{,}88$$
$$e_{X(I)} = \frac{7000}{8800} = 0{,}795454$$

$$p'_{nB(I)} = m_{nB}.0{,}795454^n$$
$$p'_{nB} = 0{,}55.0{,}795454^n.0{,}88 = 0{,}484.0{,}795454^n$$
$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}484.0{,}795454^2 = 0{,}306250 \\ p'_{3B} = 0{,}484.0{,}795454^3 = 0{,}243606 \\ p'_{4B} = 0{,}484.0{,}795454^4 = 0{,}193777 \\ p'_{5B} = 0{,}484.0{,}795454^5 = 0{,}154141 \end{cases}$$

La presencia de B disminuye rápidamente:

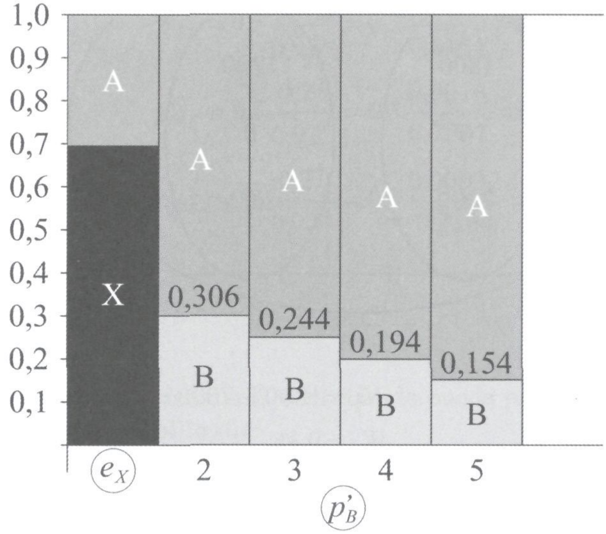
30,62% / 24,36% / 19,38% / 15,41%

y está lejos siempre del nivel de bilingüismo

$e_X = 70\%$

a pesar de que no es tanta la "desidia" de los bilingües.

9.21.- Representación gráfica:



La dominancia de A es mucho más fuerte de lo que haría presumir una visión superficial de los niveles de conocimiento.

La lengua B está en situación minorizada; por más que sean mayoría los bilingües.

9.22.- Verificación de las cifras por vía **puramente analítica**:

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

$$m_{nB} = 0{,}55$$

$$e_X = 0{,}7$$

$$ge_A + e_X = 0{,}6.0{,}3 + 0{,}7 = 0{,}88$$

$$p'_{nB} = 0{,}55\,\frac{0{,}7^{n}}{0{,}88^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}55\,\dfrac{0{,}49}{0{,}88} = 0{,}306250 \\ p'_{3B} = 0{,}55\cdot\dfrac{0{,}343}{0{,}7744} = 0{,}243608 \\ p'_{4B} = 0{,}55\,\dfrac{0{,}2401}{0{,}681472} = 0{,}193779 \\ p'_{5B} = 0{,}55\,\dfrac{0{,}16807}{0{,}599695} = 0{,}154143 \end{cases}$$

9.3.- Población tipo 3

(situación **favorable** a la lengua B)

- **Muy alto** nivel de **bilingüismo**:

$$e_X = 0{,}9$$

(con solo un 10% de monolingües *a* de la lengua A).

- **Muy alto** nivel de **lealtad lingüística** de los bilingües:

$$m_{nB} = 0{,}8$$

(los bilingües hablan normalmente B entre ellos).

- **Alto nivel de anisotropía**. O lo que es lo mismo, **bajo nivel** de isotropía:

$$g = 0{,}2$$

Los monolingües *a* de lengua A no se mezclan con la población bilingüe (solo un 20% de los monolingües *a* tiene relación lingüística con los bilingües).

Es decir:

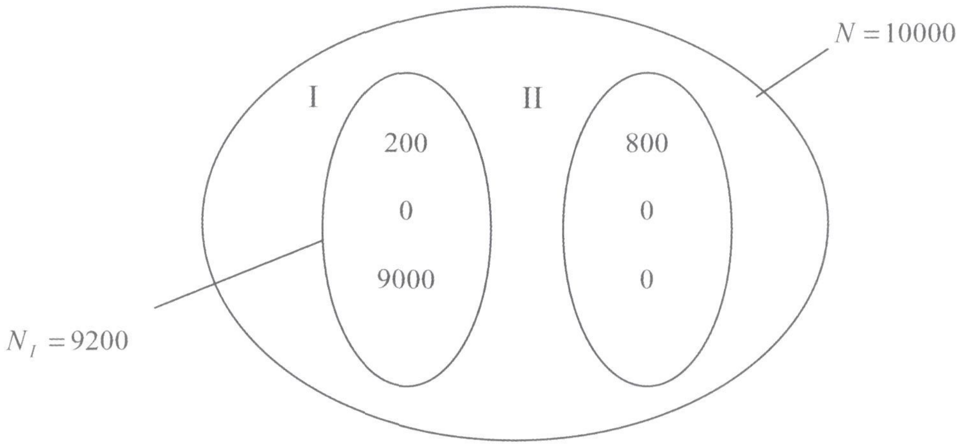
$$\begin{cases} N_A = 0{,}1.10000 = 1000 \\ N_X = 0{,}9.10000 = 9000 \end{cases}$$

Los monolingües *a* se subdividen en 2 partes. Una de ellas:

$gN_A = 0{,}2.1000 = 200$ están "integrados".

En tanto que los demás monolingües *a*:

$(1-g)N_A = 0{,}8.1000 = 800$ no están "integrados".



$$W_I = \frac{9200}{10000} = 0{,}92$$

$$e_{X(I)} = \frac{9000}{9200} = 0{,}978261$$

$$p'_{nB(I)} = 0{,}8.0{,}978261^n$$

Referidos a la totalidad:

$$p'_{nB} = 0{,}8.0{,}978261^n.0{,}92 = 0{,}736.0{,}978261^n$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}736.0{,}9569946 = 0{,}704348 \\ p'_{3B} = 0{,}736.0{,}936190 = 0{,}689036 \\ p'_{4B} = 0{,}736.0{,}915836 = 0{,}674055 \\ p'_{5B} = 0{,}736.0{,}895929 = 0{,}659404 \end{cases}$$

La presencia de B es relativamente estable; pero baja si se compara con el nivel de bilingüismo:

70,43% / 68,90% / 67,40% / 65,94%

$$e_X = 90\%$$

la lengua A es ahora minoritaria:

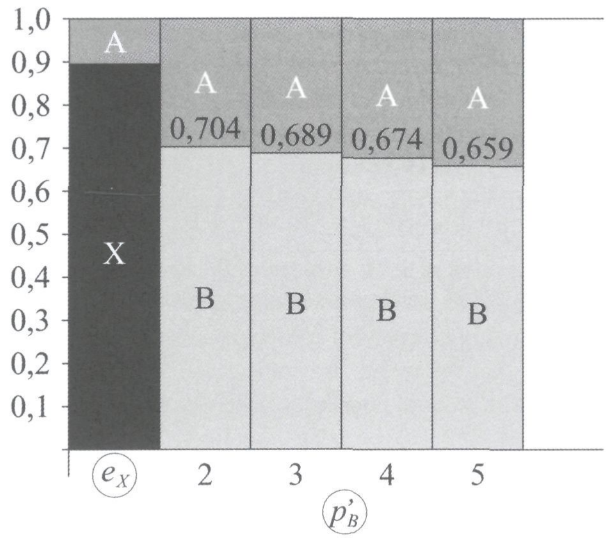
$$\begin{cases} p'_{2A} = 0{,}295652 \qquad (\%\ 29{,}57) \\ p'_{3A} = 0{,}310964 \\ p'_{4A} = 0{,}325945 \\ p'_{5A} = 0{,}340596 \end{cases}$$

La presencia de A no es despreciable:

$p'_B \approx 30\%$

al contrario de los que ocurría con B.

9.31.- Representación gráfica:



9.32.- Verificación analítica.

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

$$m_{nB} = 0{,}8$$
$$e_X = 0{,}9 \quad (e_A = 0{,}1)$$
$$g = 0{,}2$$

$$ge_A + e_X = 0{,}2.0{,}1 + 0{,}9 = 0{,}92$$

$$p'_{nB} = 0{,}8\,\frac{0{,}9^{n}}{0{,}92^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}8\,\dfrac{0{,}81}{0{,}92} = 0{,}704348 \\ p'_{3B} = 0{,}8\,\dfrac{0{,}729}{0{,}8464} = 0{,}689036 \\ p'_{4B} = 0{,}8\,\dfrac{0{,}6561}{0{,}778688} = 0{,}674057 \\ p'_{5B} = 0{,}8\,\dfrac{0{,}59049}{0{,}716393} = 0{,}659403 \end{cases}$$

X
Una segunda anisotropía

10.1- Hasta aquí solo hemos tomado en consideración los efectos de la distribución **anisotrópica** del sub-conjunto de los monolingües a de lengua A.

Recapitulemos ese punto de partida:

- lengua A dominante a nivel **de conocimiento**, como consecuencia de la no existencia (por **presencia irrelevante**) de monolingües b.

Sobre esa base, como acabamos de ver las serie de usos de A:

$p'_{2A} < p'_{3A} < p'_{4A} < p'_{5A} \cdots$

es una serie **ascendente** (la presencia de A en los grupos **crece** al aumentar el número de interlocutores de los grupos). Y, simultáneamente, la serie de usos de B:

$p'_{2B} > p'_{3B} > p'_{4B} > p'_{5B} \cdots$

es una serie **descendente**.

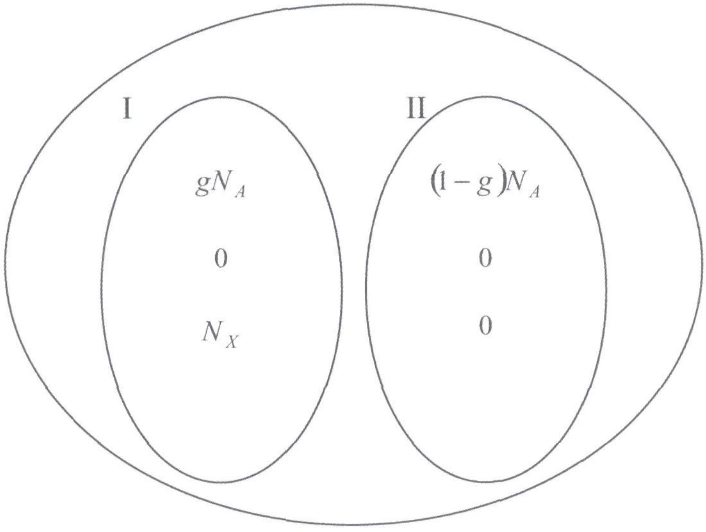
- Otro punto importante ha sido la constatación, como punto de arranque, de que **solo hay bilingües x y monolingües a**.

Sobre esta base la serie p'_{nA} es la serie **creciente**; y la serie p'_{nB} la serie **decreciente**.

- Se trata de una situación **típica**, y habitual en las comunidades en proceso de sustitución lingüística; como las que hoy se dan en el País Vasco, en Bretaña, en Irlanda, etc.

Es decir, se constata la existencia de una **mayoría** de monolingües a, de lengua A (o de una masa no despreciable, al menos), mayoría **creciente** además; junto a una **minoría** de monolingües b, de lengua B, minoría **decreciente** hasta hacerse estrictamente **nula** en fase terminal. Y todo ello en un contexto más o menos importante, pero creciente , de bilingües x.

Es esta constatación la que autoriza el esquema aproximado de salida:

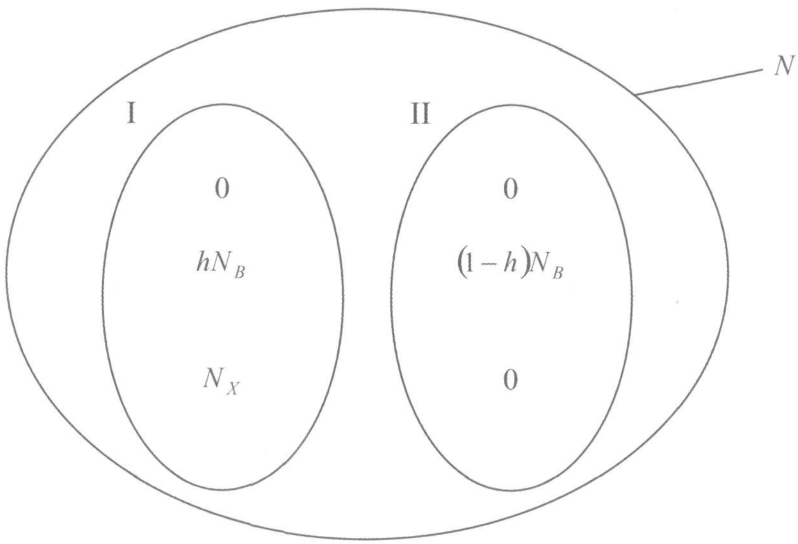


10.11.- Pero no hay razón alguna para suponer que, a partir de un cierto momento de la **recuperación** de la lengua B, **no se dé**, justamente, una situación **estrictamente simétrica**.

Es decir: un conjunto de bilingües x, en contacto con un conjunto de monolingües b (distribuidos anisotrópicamente), y con un pequeño conjunto de monolingües a, estadísticamente irrelevante ($e_A = 0$).

En ciertas poblaciones bilingües del País Vasco empiezan a producirse situaciones de este tipo (constatables a través de las mediciones empíricas); situaciones bien conocidas en varias zonas neerlandófonas de Flandes, en que la presencia del francés había llegado a ser dominante hace unos años.

Es lo que llamaremos una **anisotropía de segunda especie**. Esquemáticamente:



Una parte h $(0 \leq h \leq 1)$ de los monolingües b estaría "integrada" (en relación socio-lingüística) con la comunidad bilingües N_X en tanto que el resto de los monolingües b, $(1-h)N_B$, funcionaría "aparte", en un sub-conjunto II (monolingüe de lengua B).

El peso estadístico del sub-conjunto I es:

$$W_I = \frac{hN_B + N_X}{N} = he_B + e_X$$

y el peso estadístico del sub-conjunto II:

$$W_{II} = \frac{(1-h)N_B}{N} = (1-h)e_B$$

Si pasamos a la utilización de A:

$$\boxed{p'_{nA} = m_{nA} \frac{e_X^n}{(he_B + e_X)^{n-1}}}$$

Si llamamos B al paréntesis del denominador:

$$he_B + e_X = B$$

$$\boxed{h = \frac{B - e_X}{e_B}}$$

10.2.- En esta situación solo hay monolingües *b* y bilingües *x*, como ya hemos dicho.

Dicho de otro modo, no hay monolingües *a*:

$$N_A = 0$$

La presencia de monolingües *a* es irrelevante.

Al haberse **invertido** la situación, es la presencia de A la que disminuye vertiginosamente al aumentar el tamaño del grupo; en tanto que B se hace presente y dominante **sobre todo al aumenta el número de interlocutores**.

Esto tiene una consecuencia práctica: estamos en presencia de una comunidad en que, a pesar de las apariencias (derivadas de una lectura apresurada y **errónea de los niveles de conocimiento** de las 2 lenguas) hay una **inversión en la anisotropía**.

Ahora la serie p'_{nB} es una serie **creciente**; en tanto que la serie p'_{nA} ha pasado a ser la **decreciente**.

Pero esto puede escaparse, y escapa frecuentemente, a la atención del observador.

Justamente, ha sido la aparición de valores "anormales", **descubiertos empíricamente**, la que nos ha llevado a analizar las consecuencias, por simetría, de una anisotropía de los monolingües *b*.

Para ello vamos a retomar una situación ya analizada con anterioridad (ver 9.2.). Pero cambiando los subíndices:

$$e_X = 0{,}7 \quad (e_B = 0{,}3)$$

$$h = 0{,}6$$

$$m_{nA} = 0{,}55$$

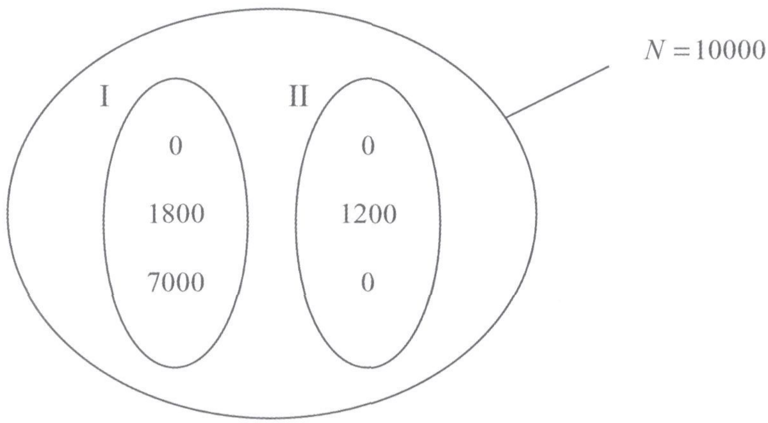
$$\begin{cases} N_B = 0{,}3.10000 = 3000 \\ N_X = 7000 \end{cases}$$

De esos 3000 monolingües *b*, hay

$$hN_B = 0{,}6.3000 = 1800 \text{ “integrados”}$$

$$(1-h)N_B = 0{,}4.3000 = 1200 \text{ “no-integrados”}$$

Es decir:



$$N_I = 8800$$

$$W_I = 0{,}8$$

$$e_{X(I)} = \frac{7000}{8800} = 0{,}795454$$

$$p'_{nA} = m_{nA} \cdot W_I \cdot e^n_{X(I)} = 0{,}484.0{,}795454^n$$

$$\begin{cases} p'_{2A} = 0{,}306250 \\ p'_{3A} = 0{,}243606 \\ p'_{4A} = 0{,}193777 \\ p'_{5A} = 0{,}154141 \end{cases}$$

La presencia de A disminuye rápidamente al aumentar el número de interlocutores:

30,62% / 24,36% / 19,38% / 15,41%

en tanto que ahora B la lengua que se hace cada vez más claramente **dominante**.

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}69375 \ (\%69{,}375) \\ p'_{3B} = 0{,}756394 \ (\%75{,}64) \\ p'_{4B} = 0{,}806223 \ (\%80{,}62) \\ p'_{5B} = 0{,}845859 \ (\%84{,}59) \end{cases}$$

Ha habido **inversión** en la dominancia. Ahora es B la lengua que aparece avasalladora, sobre todo en los grupos numerosos.

Sin embargo, a la lectura de los niveles de **conocimiento**, del grado de **isotropía** y de la **lealtad** de los bilingües hacia A, no parecía previsible este "desmoronamiento" de A.

En efecto:

- Nivel de **bilingüismo**: $e_X = 0,7$

(lo que implica una presencia sensible de monolingüismo *a* en el conjunto)

- Grado de **isotropía**:

$$h = 0,6$$

(un 60% de los monolingües *b* está integrado)

- **Lealtad de los bilingües**:

$$m_{nA} = 0,55$$

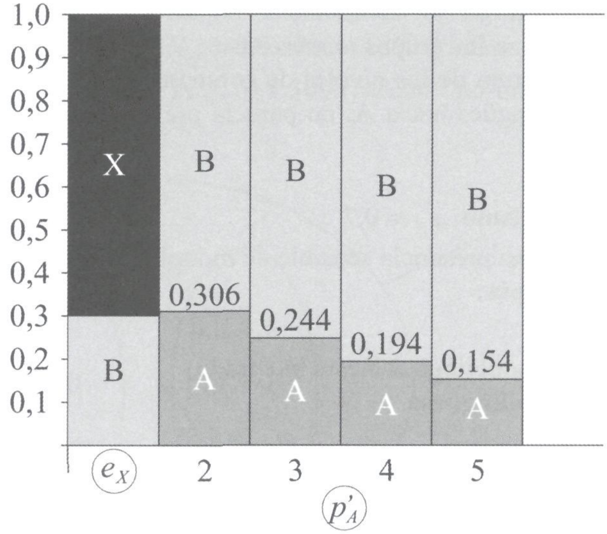
(los bilingües X utilizan mayoritariamente A entre ellos; pero hay siempre ese 45% restante que comunica en B, **entre ellos**)

Ante ese panorama global es difícil percatarse de que **es ya B** la lengua dominante.

Por las mismas razones, exactamente, que hicieron que A fuera lengua **dominante** en el ejemplo **9.2.** visto en el capítulo anterior. (Ver, en especial, por su impacto visual, la situación **del uso de las lenguas**; expuesta gráficamente en 9.21.- Que es exactamente la que tenemos ahora ante los ojos sin más que el cambio de subíndices):

$$\text{Para} \quad \left[\begin{array}{l} e_B = 0,30 \\ e_X = 0,70 \end{array} \right.$$

Los cálculos a efectuar son exactamente los mismos que los expuestos en 8.5.; pero cuidando de cambiar los subíndices: ahora es el conjunto N_B el que presenta **anisotropía** (*h* integrados; (1 – *h*) no-integrados).



A pesar de las apariencias, ahora es B la lengua claramente **dominante**. El alto nivel de **bilingüismo no altera** la relación de dominancia: en ciertos casos A puede ser dominante (como antes ocurría con B, simétricamente).

Pero, justamente, las encuestas empíricas actuales empiezan a sugerir, en ciertas poblaciones ampliamente vascófonas (con presencia irrelevante de una minoría monolingüe N_A), que esa **inversión de dominancia** empieza a producirse; debido **a la inversión en la anisotropía**.

10.3.- También las observaciones realizadas sobre los efectos de la **anisotropía** deben ser tenidas en cuenta con cuidado cuando hay **inversión**.

Con **isotropía total**:

$h = 1$

(**todos** los monolingües *b* lingüísticamente integrados), tenemos **el uso mínimo de A**.

Y, análogamente, para $h = 0$ (**anisotropía total** de los monolingües *a*), obtendremos el **uso máximo de A**.

Cuando se produce la inversión de la anisotropía, esta inversión **favorece el uso de A**.

Insistimos en que hay **simetría total** en el planteamiento y en las consecuencias.

Ahora **la anisotropía** (el hecho de que aumente el número de **monolingües *b* no-integrados** lingüísticamente) **refuerza el uso de A**.

10.4.- Hagamos un ejemplo numérico para convencer a los escépticos; volviendo a 9.2.

$$\begin{cases} e_X = 0{,}7 \ \ (e_B = 0{,}3) \\ h = 0{,}6 \\ m_{nA} = 0{,}55 \end{cases}$$

que nos ha llevado a:

$$\begin{cases} p'_{2A} = 0{,}306250 \\ p'_{3A} = 0{,}243606 \\ p'_{4A} = 0{,}193777 \\ p'_{5A} = 0{,}154141 \end{cases}$$

y **aumentemos la anisotropía**:

$h = 0{,}2$ (en vez de $h = 0{,}6$)

$$p'_{nA} = m_{nA} \frac{e_X^n}{(he_B + e_X)^{n-1}}$$

$$p'_{nA} = 0{,}55 \frac{0{,}7^n}{(0{,}2.0{,}3 + 0{,}7)^{n-1}} = 0{,}55 \frac{0{,}7^n}{0{,}76^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2A} = 0{,}55 \dfrac{0{,}70^2}{0{,}76} = 0{,}55 \dfrac{0{,}49}{0{,}76} = 0{,}3546 \\ p'_{3A} = 0{,}55 \dfrac{0{,}70^3}{0{,}76^2} = 0{,}55 \dfrac{0{,}343}{0{,}5776} = 0{,}3266 \\ p'_{4A} = 0{,}55 \dfrac{0{,}70^4}{0{,}76^3} = 0{,}55 \dfrac{0{,}2401}{0{,}4390} = 0{,}3008 \\ p'_{5A} = 0{,}55 \dfrac{0{,}70^5}{0{,}76^4} = 0{,}55 \dfrac{0{,}16807}{0{,}3336} = 0{,}2771 \end{cases}$$

el uso de A (que es aquí lengua minoritaria) **aumenta**:

$0{,}3062 \rightarrow 0{,}3546$
$0{,}2436 \rightarrow 0{,}3266$
$0{,}1938 \rightarrow 0{,}3008$
$0{,}1541 \rightarrow 0{,}2771$

que es tanto como decir que el uso de B **disminuye**.

10.5.- Si las encuestas **empíricas del uso** muestran series de valores invertidas:

$p'_{2B} < p'_{3B} < p'_{4B} < p'_{5B} \cdots$

$p'_{2A} > p'_{3A} > p'_{4A} > p'_{5A} \cdots$

hay que pensar que ha habido **inversión**; y que ahora son **los monolingües *b*** los que presentan distribución anisotrópica.

10.6.- Si el volumen demográfico de los monolingües N_A no es despreciable, no habrá más remedio que volver a las **fórmulas generales** (Cap. II); y reforzar el número de las mediciones empíricas.

Es lo que haremos más adelante.

XI
Lengua dominante

11.1.- Una primera observación (tal vez innecesaria aparentemente) que la **dominancia lingüística** que nos interesa aquí; que es la única que será tomada en consideración en este capítulo, es la **dominancia de uso**.

En una comunidad lingüística determinada, diremos que la lengua L es una lengua muerta, cuando no se usa para la comunicación entre sus miembros. Una lengua muerta es una lengua de uso social nulo.

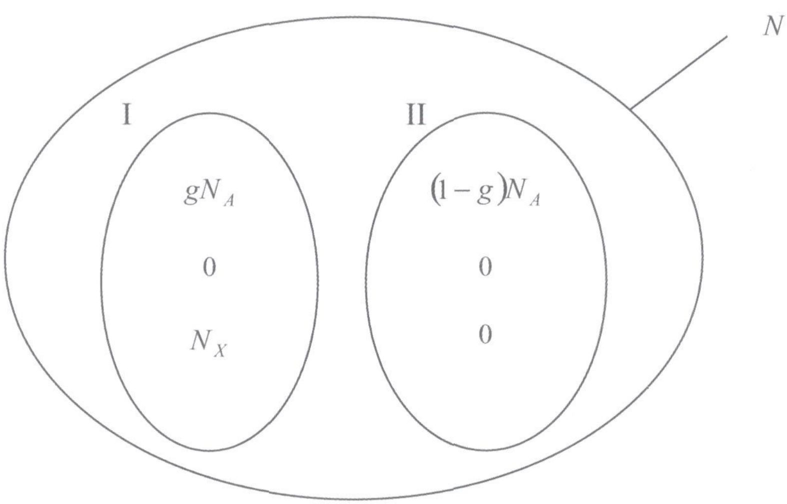
El latín, o el sánscrito, que nos son conocidos en detalle, que cuentan con una importante literatura, y sirven como vehículo de utilización litúrgica, son consideradas, **unánimemente**, como lenguas muertas, porque no son usadas como vehículo de comunicación social.

Pueden poseer rango "oficial" incluso (como le ocurre al sánscrito en la India). Pero son lenguas muertas; porque no se usan como instrumento de comunicación social en su comunidad propia.

11.11.- En una línea de pensamiento análoga la lengua A es dominante, en una comunidad dada, si se usa más que las lenguas B, C, D o F, que pueden ser **también conocidas**, en dicha comunidad.

La lengua dominante es la lengua de uso social máximo en una comunidad dada.

11.2.- Cuando es una comunidad lingüística la lengua A es más usada (en la comunidad social) que la lengua B, diremos que A es la lengua dominante en esa comunidad. En tanto que la lengua B ("la otra lengua" en presencia, en los casos de bilingüismo social) será la lengua dominada



En la situación **habitual** de bilingüismo (que venimos tomando como punto de partida en nuestras consideraciones), con una población monolingüe N_B de lengua B irrelevante en primera aproximación, tenemos:

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

Ya hemos visto (especialmente en el capítulo IX) las mediciones **empíricas**, de campo, a realizar; y los **cálculos** subsiguientes, para conocer la estructura y el funcionamiento socio-lingüístico de la comunidad.

Ahora buscamos la condición de dominancia de la lengua B en su uso social.

Para eso bastará que el uso de B sea mayor del 50% (que es tanto como decir que el uso de A ha de ser inferior al 50%); puesto que no hay incomunicación, al ser $e_B = 0$.

Es decir: deberá cumplirse que:

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}} \geq 0{,}5$$

Es decir:

$$\boxed{m_{nB} \geq \frac{1}{2e_X^n}(ge_A + e_X)^{n-1}} \qquad (1)$$

Que es la relación de dominancia de B.

Esta relación de dominancia también puede expresarse de otras maneras:

$$\boxed{e_X^n \geq \frac{(ge_A + e_X)^{n-1}}{2m_{nB}}} \qquad (2)$$

o bien, igualmente:

$$\boxed{(ge_A + e_X)^{n-1} \leq 2m_{nB}e_X^n} \qquad (3)$$

en que conocemos ya *g*, y podemos calcular m_{nB}; etc.

11.21.- Supongamos, por ejemplo, que **ya conocemos**

$$e_X = 0{,}60 \quad (e_A = 0{,}40)$$
$$g = 0{,}35$$

y queremos que B sea dominante. Y buscamos m_{nB} (min) (1).

Tal vez sea imposible; o tal vez sea posible en los grupos pequeños, pero no en los grandes.

$$ge_A + e_X = 0{,}35.0{,}40 + 0{,}60 = 0{,}74$$

$$m_{nB} \geq \frac{1}{2.0{,}6^n} 0{,}74^{n-1};$$

y dando valores a n:

$$m_{2B} \geq \frac{1}{2.0{,}6^2} 0{,}74 = 1{,}027777$$

$$m_{2B} \geq 1{,}027777$$

$$m_{3B} \geq \frac{1}{2.0{,}6^3} 0{,}74^2 = \frac{0{,}5476}{0{,}432}$$

$$m_{3B} \geq 1{,}267593$$

$$m_{4B} \geq \frac{1}{2.0{,}6^4} 0{,}74^3 = \frac{0{,}4052}{0{,}2592}$$

$$m_{4B} \geq 1{,}563272$$

Esos niveles de lealtad en los bilingües, son inasequibles.

Lo que es tanto como decir que, sobre esas bases **no es posible** garantizar la dominancia de B.

11.22.- Para **mejorar** el nivel de uso de B, como ya sabemos, tenemos 2 vías posibles (seguimos en 11.21.):

1) Si consideramos prácticamente imposible modificar **la red de relaciones** existentes entre bilingües y monolingües, y no tocamos **el nivel de isotropía**:

$$g = 0{,}35$$

podremos entonces modificar **el nivel de bilingüismo**:

$$e_X = 0{,}80 \text{ (en vez del 0,60 inicial)}$$

¿Cuál sería ahora la **lealtad mínima** necesaria, exigible a los bilingües?

Ahora tenemos:

$$A = 0{,}35.0{,}20 + 0{,}80 = 0{,}87$$

que dan, sucesivamente (1):

$$m_{nB} \geq \frac{1}{2.0{,}8^n} 0{,}87^{n-1}$$

$$\begin{cases} m_{2B} \geq \dfrac{0{,}87}{2.0{,}8^2} = \dfrac{0{,}87}{1{,}28} = 0{,}679687 \\ m_{3B} \geq \dfrac{0{,}87^2}{2.0{,}8^3} = \dfrac{0{,}7569}{1{,}024} = 0{,}739160 \\ m_{4B} \geq \dfrac{0{,}87^3}{2.0{,}8^4} = \dfrac{0{,}658503}{0{,}8192} = 0{,}803837 \\ m_{5B} \geq \dfrac{0{,}87^4}{2.0{,}8^5} = \dfrac{0{,}572898}{0{,}65536} = 0{,}874173 \end{cases}$$

A medida que **aumenta** el número de interlocutores, se va haciendo **más difícil** la lealtad m_{nB} necesaria para garantizar **la dominancia de B**.
$m_{nB} \rightarrow 0{,}6797/\ 0{,}7392/\ 0{,}8038/\ 0{,}8742$

Estas cifras, presentadas a título ilustrativo, corresponden a $\boldsymbol{g = 0{,}35}$ (nivel de isotropía bajo; que es tanto como decir relativamente favorables a B).

Esas "sorpresas" son la consecuencia del desconocimiento de los **condicionantes matemáticos** que rigen las comunidades bilingües.

11.3.- Para evitarlas analicemos el problema en su formulación más general.

Pedimos que en

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}$$

que es una serie decreciente:

$$p'_{2B} > p'_{3B} > p'_{4B} > p'_{5B} \cdots$$

haya **dominancia de B**

O sea
$$m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}} > 0{,}5$$

$$2m_{nB}e_X^n > (ge_A + e_X)^{n-1}$$

O bien

$$ge_A + e_X < \sqrt[n-1]{2m_{nB}e_X^n}$$

$$\boxed{g < \frac{\sqrt[n-1]{2m_{nB}e_X^n} - e_X}{1 - e_X}} \quad \text{(que es la ecuación [2])}$$

que nos da la **isotropía máxima** posible en los diferentes grupos.

No hay respuesta simple, como se ve inmediatamente.

Una dominancia **a nivel de conocimiento**, no asegura nada. Sin más.

Además del **nivel de bilingüismo**, también son definitorios la **lealtad** de los bilingües y el grado de **anisotropía**.

Como puede colegirse de una simple lectura de la fórmula, también la **dimensión *n*** del grupo es importante. En los grupos **grandes** la exigencia del nivel de isotropía es más **estricta**.

11.31.- Pueden **acotarse** esos valores para casos especiales.

Si hacemos $\boldsymbol{m_{nB} = 1}$ (lealtad máxima de los bilingües):

$$g < \frac{\sqrt[n-1]{2e_X^n} - e_X}{1 - e_X}$$

podremos obtener los niveles **máximos** de isotropía para que la dominancia de B sea posible:

Para *n* = 2

$$g < \frac{2e_X^n - e_X}{1 - e_X} \rightarrow e_X = 0{,}5 \rightarrow g < 0$$

$e_X = 0{,}6 \rightarrow$ $$g < \frac{2.0{,}36 - 0{,}6}{0{,}4} = 0{,}3000$$

$e_X = 0{,}7 \rightarrow$ $$g < \frac{2.0{,}49 - 0{,}7}{0{,}3} = 0{,}9333$$

$e_X = 0{,}8 \rightarrow$ $$g < \frac{2.0{,}64 - 0{,}8}{0{,}2} = 2{,}4000$$

$e_X = 0{,}9 \rightarrow$ $$g < \frac{2.0{,}81 - 0{,}9}{0{,}1} = 7{,}2000$$

Pata $n = 3$

$$g < \frac{\sqrt{2e_X^n} - e_X}{1 - e_X}$$

$e_X = 0{,}5 \rightarrow \qquad g < \dfrac{0{,}5 - 0{,}5}{0{,}5} = 0$

$e_X = 0{,}6 \rightarrow \qquad g < \dfrac{0{,}657 - 0{,}6}{0{,}4} = 0{,}143168$

$e_X = 0{,}7 \rightarrow \qquad g < \dfrac{0{,}828 - 0{,}7}{0{,}3} = 0{,}427504$

$e_X = 0{,}8 \rightarrow \qquad g < \dfrac{1{,}0119 - 0{,}8}{0{,}2} = 1{,}059644$

$e_X = 0{,}9 \rightarrow \qquad g < \dfrac{1{,}2074 - 0{,}9}{0{,}1} = 3{,}07476$

La **isotropía** admisible **aumenta** cuando **aumenta** el nivel de **bilingüismo**.

11.4.- Volvamos ahora a [2] (de 11.21).

En el caso **óptimo** (desde el punto de vista del uso de B), en que la **lealtad** de los bilingües hacia B sea **absoluta** (= los bilingües usan siempre B entre ellos). Y si suponemos **isotropía** ($g = 1$).

Es decir: $\qquad m_{nB} = 1$ y $ge_A + e_X = 1$

Entonces:

$$e_X \geq \sqrt[n]{0{,}5} \text{ (a partir de [2])}$$
$$n = 2 \rightarrow e_X \geq \sqrt{0{,}5} = 0{,}707107$$
$$n = 3 \rightarrow e_X \geq \sqrt[3]{0{,}5} = 0{,}793701$$
$$n = 4 \rightarrow e_X \geq \sqrt[4]{0{,}5} = 0{,}840896$$
$$n = 5 \rightarrow e_X \geq \sqrt[5]{0{,}5} = 0{,}870551$$

Esto quiere decir que si las relaciones **socio-lingüísticas** fueran **isotrópicas**, la dominancia de B a nivel de uso sería normalmente inasequible.

Pues la proporción de **bilingües** necesaria sería **altísima**; y se les exigiría **lealtad total** hacia B (!)

$e_X \geq$ 70,71%; 79,39%; 84,09%; 87,06%; etc.

Lo que equivale a niveles **bajísimos** de población **monolingüe** a:

$e_A \geq$ 29,29%; 20,63%; 15, 91%; 12,94%; etc.

Si hubiera isotropía, la presencia de B sería hoy **imperceptible** en el País Vasco actual. Lo que es contrario a la realidad observable.

Esto quiere decir que como se ha confirmado en centenares de poblaciones, hay una **anisotropía sensible** en las relaciones socio-lingüísticas.

En la misma conclusión apuntada anteriormente.

No hay más que esa explicación: que una parte importante de los monolingües b **no tiene relación lingüística con los bilingües**. Hasta cierto punto, los monolingües a van por su parte, y los bilingües x por la suya. Y esto mejora el nivel de uso de B.

(Recordaremos al lector que estos porcentajes se han obtenido para lealtad **máxima** de los bilingües hacia B, como ya se ha dicho ($m_{nB} = 1$)).

11.41.- Basta suponer lealtades inferiores: 0,90; 0,80; 0,70; etc. para llegar a niveles **máximos admisibles** para la población monolingüe a realmente imposible de lograr.

Esto quiere decir que **solo la anisotropía** permite hoy una cierta presencia **de uso** de la lengua B.

Comprobémoslo numéricamente.

11.42.- Sean:

$m_{nB} = 0{,}8$ (con $g = 1$, isotropía total)

Entonces: $e_X \geq \sqrt[n]{\dfrac{1}{2 \cdot 0{,}8}} = \sqrt[n]{0{,}625}$ (ver [2]; $e_X \geq \sqrt[n]{\dfrac{(ge_A + e_X)^{n-1}}{2m_{nB}}}$

$$n = 2 \rightarrow e_X \geq \sqrt{0{,}625} = 0{,}7905694$$
$$n = 3 \rightarrow e_X \geq \sqrt[3]{0{,}625} = 0{,}854989$$
$$n = 4 \rightarrow e_X \geq \sqrt[4]{0{,}625} = 0{,}889140$$
$$n = 5 \rightarrow e_X \geq \sqrt[5]{0{,}625} = 0{,}910282$$

La presencia dominante de B sería prácticamente **imposible** en la sociedad vasca actual (por ejemplo). Cosa que desmienten las mediciones. **Isotropía imposible**.

Hay una fuerte anisotropía en la sociedad vasca actual.

11.5. Remachemos lo que venimos diciendo con otro ejemplo. Sea:

$$\left.\begin{array}{l} N_A = 8200 \\ N_X = 12950 \end{array}\right] \quad N = 21150;\ g = 0{,}40;\ m_{nB} = 1$$

A la vista de estos datos, el vulgo tendría probablemente una visión optimista de la situación de la lengua B en esa comunidad. Ya que creería probablemente, como venimos insistiendo, que "son más los que conocen B" (12950), "que los que no conocen B" (8200). Y deduciría que B es la "lengua dominante" (!). Más vista la **lealtad** impresionante de los bilingües, y el **bajo** nivel de isotropía (40%).

Ya hemos denunciado la falsedad de esa afirmación, incluso a nivel de **conocimiento** de las lenguas:

$$\begin{cases} N'_A = N_A + N_X = 8200 + 12950 = 21150 \\ N'_B = N_B + N_X = 0 + 12950 = 12950 \end{cases}$$

$$N'_A > N'_B \text{ (A dominante)}$$

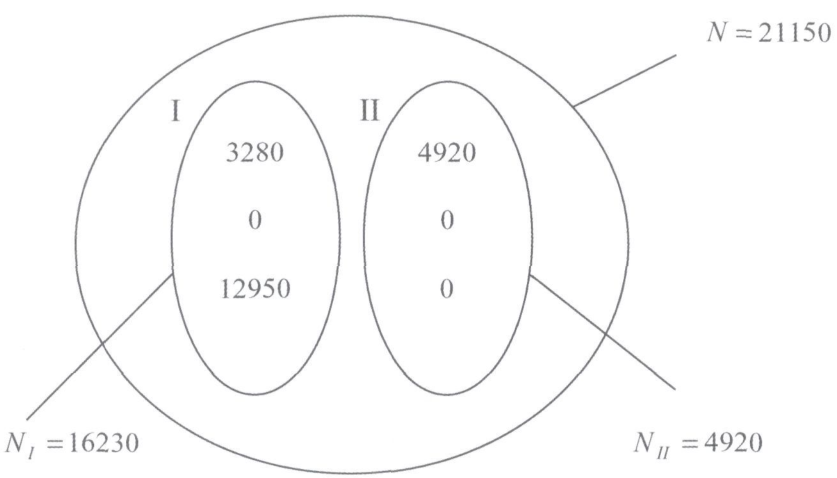
Veamos la situación global **a nivel de uso**:

$$gN_A = 0{,}40.8200 = 3280 \text{ monolingües } a \text{ integrados.}$$

$$(1-g)N_A = 0{,}60.8200 = 4920 \text{ monolingües } a \text{ no-integrados.}$$

Los bilingües son **totalmente** leales a B ($m_{nB} = 1$)

Que nos llevan a:



$$e_X = \frac{12950}{21150} = 0{,}612293\,;\; e_A = \frac{8200}{21150} = 0{,}387707$$

$$A = ge_A + e_X = 0{,}40.0{,}387707 + 0{,}612293 = 0{,}767376$$

$$p'_{nB} = 1 \cdot \frac{0{,}612293^n}{0{,}767376^{n-1}}$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = \dfrac{0,374903}{0,767376} = 0,488552 \\ p'_{3B} = \dfrac{0,229550}{0,5888866} = 0,389817 \\ p'_{4B} = \dfrac{0,140552}{0,451882} = 0,311037 \\ p'_{5B} = \dfrac{0,086059}{0,346763} = 0,248178 \end{cases}$$

Bastante lejos del nivel de bilingüismo ($e_X = 0,61$).

Considerar que eso es debido a la "desidia" de los bilingües hacia B es **absurdo**; pues acabamos de fijar $m_{nB} = 1$ (= lealtad **total** de los bilingües)

Decir eso supone no entender los condicionantes matemáticos de las sociedades bilingües.

11.51.- Verificación:

$$e_{X(I)} = \frac{12950}{16230} = 0,797905$$

$$p'_{nB(I)} = 1.0,797905^n$$

$$p'_{nB} = \frac{16230}{21150} 0,797905^n = 0,767376 \cdot 0,797905^n$$

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0,488552 \\ p'_{3B} = 0,389818 \\ p'_{4B} = 0,311038 \\ p'_{5B} = 0,248178 \end{cases}$$

La lengua B no es dominante **en ningún grupo**.

Incluso en las parejas:

$p'_{2B} = 48,86\%$ ($< 50\%$)

Por consiguiente, sostener que la lengua B es "dominante" es contrario a la verdad.

11.52.- El único medio de mejorar el uso de B sería **aumentar la anisotropía**:

- disminuyendo g hasta valores de 0,30; 0,20; etc., modificando para ello las relaciones lingüísticas de los bilingües con los monolingües (meta difícil de conseguir),
- o aumentar el nivel e_X de bilingüismo hasta valores de 0,70; 0,80; etc. a través de un trabajo de enseñanza masiva de la lengua B a los monolingües *a*.

Esto quiere decir, en nuestro ejemplo (11.5), que para pasar de **0,612293** (actual) a un **0,70** (futuro), deberemos pasar de:

0,612293.21150 = 12950 bilingües actualmente a

0,70.21150 = 14805 bilingües, en el futuro.

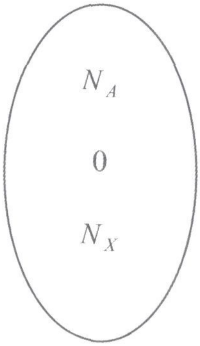
Es decir, hay que enseñar la lengua B a:

14805 – 12950 = **1855** monolingües *a* hasta un nivel de conocimiento tal que sea realista suponer que son **bilingües fácticos**, **reales**, capaces de **cambiar de lengua de comunicación** sin grandes problemas.

Ahora sí que puede calibrarse el trabajo a realizar.

XII
Expresiones generales

12.1.- En los capítulos anteriores, hemos tomado como base la comunidad siguiente:



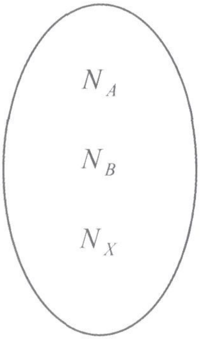
Es decir: $N_B = 0$

Hemos supuesto, en definitiva, que la presencia de la minoría N_B, compuesta de monolingües b (de lengua B), **es irrelevante**.

Ello nos ha permitido efectuar una serie de simplificaciones matemáticas; que no alteran, esencialmente, la realidad sociolingüística de la comunidad.

En particular, hay un hecho fundamental; que **la comunicación siempre es posible**. En cualquier grupo, **siempre** es posible comunicar; **por lo menos en la lengua A, dominante**, que conocen **todos**.

En la medida en que el grupo N_B, de monolingües b de lengua B, toma cuerpo, y se convierte en una realidad sociológica no despreciable, no hay más remedio que volver a las expresiones **completas** (ver Cap. II, III, IV):



$$\boxed{\begin{aligned} p'_{nA} &= (1-e_B)^n - m_{nB}e_X^n \\ p'_{nB} &= (1-e_A)^n - (1-m_{nB})e_X^n \\ p_{n\phi} &= 1 + e_X^n - (1-e_A)^n - (1-e_B)^n \end{aligned}} \qquad \text{(ver 4.1)}$$

Si fijamos nuestra atención en **el uso de B**:

$$p'_{nB} = (1-e_A)^n - (1-m_{nB})e_X^n$$

Y en el **nivel global de incomunicación**:

$$p_{n\phi} = 1 + e_X^n - (1-e_A)^n - (1-e_B)^n$$

puede ser útil, para fijar las ideas, suponer un cierto nivel de monolingüismo e_B (= **0,05**, por ejemplo: un 5% de la comunidad es monolingüe a).

Y luego "banalizaremos" esa minoría e_B monolingüe, agregándola, como bilingüe, al conjunto e_X de los bilingües.

Esto nos permitirá evaluar el error que cometemos al considerar **irrelevante** la presencia de dicho grupo monolingüe N_B.

El planteamiento teórico general no ofrece la menor dificultad.

Pero lo que nos interesa es **cifrar**, **aproximadamente**, la aberración que introducimos con nuestra simplificación.

En definitiva, tenemos que comparar las situaciones M y N lo haremos a título informativo, para una comunidad bilingüe "normal" como la siguiente:

$$[M] \quad \begin{cases} N_A = 3600 \\ N_B = 500 \\ N_X = 5900 \\ N = 10000 \end{cases} \qquad [N] \quad \begin{cases} N_A = 3600 \\ N_B = 0 \\ N_X = 6400 \\ N = 10000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_A = 0{,}36 \\ e_B = 0{,}05 \quad (m_B = 0{,}75) \\ e_X = 0{,}59 \end{cases} \qquad \begin{cases} e_A = 0{,}36 \\ e_B = 0 \\ e_X = 0{,}64 \end{cases}$$

12.2.- Caso M

$$\begin{cases} p'_{nB} = 0{,}64^n - 0{,}25.0{,}59^n \\ p_{n\phi} = 1 + 0{,}36^n - 0{,}64^n - 0{,}95^n \end{cases}$$

12.21.- Uso de B:

$$\begin{array}{ll} n = 2 & \\ n = 3 & \\ n = 4 & \\ n = 5 & \end{array} \begin{cases} p'_{2B} = 0{,}64^2 - 0{,}25.0{,}59^2 = 0{,}4096 - 0{,}087025 = 0{,}322575 \\ p'_{3B} = 0{,}64^3 - 0{,}25.0{,}59^3 = 0{,}262144 - 0{,}051345 = 0{,}210799 \\ p'_{4B} = 0{,}64^4 - 0{,}25.0{,}59^4 = 0{,}167772 - 0{,}030293 = 0{,}137479 \\ p'_{5B} = 0{,}64^5 - 0{,}25.0{,}59^5 = 0{,}107374 - 0{,}017873 = 0{,}089501 \end{cases}$$

Una vez más uso **minoritario** de B, a pesar de los monolingües b y de la aparente "mayoría" de quienes conocen B. Es A la lengua dominante.

12.22.- Incomunicación global:

$n = 2$ $\quad p_{2\phi} = 1 + 0{,}59^2 - 0{,}64^2 - 0{,}95^2 = 0{,}03600$

$n = 3$ $\quad p_{3\phi} = 1 + 0{,}59^3 - 0{,}64^3 - 0{,}95^3 = 0{,}085860$

$n = 4$ $\quad p_{4\phi} = 1 + 0{,}59^4 - 0{,}64^4 - 0{,}95^4 = 0{,}138895$

$n = 5$ $\quad p_{5\phi} = 1 + 0{,}59^5 - 0{,}64^5 - 0{,}95^5 = 0{,}190337$

La incomunicación **crece al crecer *n***.

12.3.- Caso $\underline{N}$

$$\begin{cases} p'_{nB} = m_{nB} e_X^n \\ p_{n\phi} = 0 \end{cases}$$

12.31.- Uso de B:

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}75.0{,}64^2 = 0{,}307200 \\ p'_{3B} = 0{,}75.0{,}64^3 = 0{,}196608 \\ p'_{4B} = 0{,}75.0{,}64^4 = 0{,}125829 \\ p'_{5B} = 0{,}75.0{,}64^5 = 0{,}080531 \end{cases}$$

12.32.- Incomunicación:

$$p_{n\phi} = 0$$

12.4.- Se observan:

1) Respecto al **uso de B**:

Una **disminución** en el uso de B. Las cifras obtenidas en $\underline{N}$ (al ignorar a los monolingües *b*; y considerarles bilingües) son **inferiores a las reales** (en $\underline{M}$).

Estamos **minusvalorando** el uso de B. La lengua B **se usa un poco más** que lo que indican los cálculos simplificados.

Pero la diferencia **es mínima**:

$$\Delta p'_{2B} = 0{,}322575 - 0{,}307200 = 0{,}015375 \ (\approx 1{,}5\%)$$
$$\Delta p'_{3B} = 0{,}210799 - 0{,}196608 = 0{,}014191 \ (\approx 1{,}4\%)$$
$$\Delta p'_{4B} = 0{,}137479 - 0{,}125829 = 0{,}01165 \ (\approx 1{,}2\%)$$
$$\Delta p'_{5B} = 0{,}089501 - 0{,}080531 = 0{,}00897 \ (\approx 0{,}9\%)$$

La simplificación parece **admisible** para valores normales.

2) Respecto a **la incomunicación global**.

No es cierto que no hay incomunicación. Si hay monolingües *a* y *b* en la misma comunidad, hay grupos en que surge la **imposibilidad** de comunicar.

Pero la probabilidad de que se den esas situaciones **es muy pequeña** para los valores de e_B habituales hoy en el País Vasco.

En nuestro caso, como acabamos de ver:

$$p_{2\phi} = 3{,}6\%$$

$$p_{3\phi} = 8{,}6\%$$

$$p_{4\phi} = 13{,}9\%$$

$$p_{5\phi} = 19{,}0\%$$

El problema es real en los grupos grandes.

Pero la experiencia demuestra que, en éstos, los locutores bilingües presentes funcionan como intérpretes; con lo que la incomunicación global desaparece. O disminuye drásticamente cuando menos.

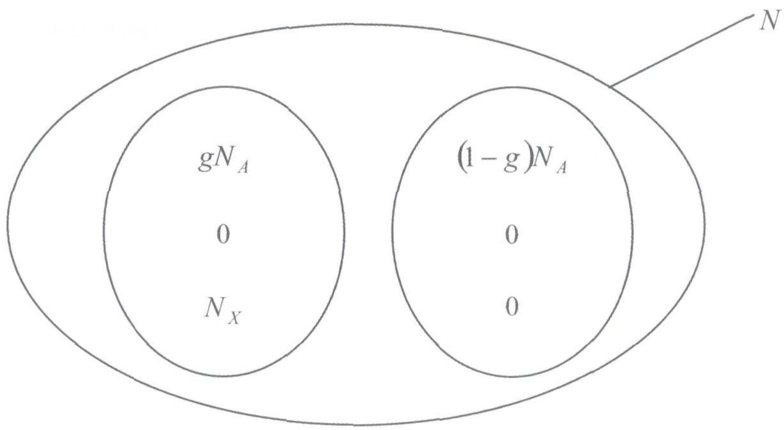
XIII
Utilización global

13.1.- Con frecuencia lo que la opinión pública suele pedir es el **nivel global** de uso de la lengua minoritaria B en una comunidad dada.

Esta pregunta no tiene una respuesta fácil, como vamos a ver a continuación.

Pero como es difícil sustraerse a la pregunta general "¿Cuál es el nivel global de uso de la lengua B en este o aquel ámbito?", vamos a tratar de responder; dentro de la línea expuesta en la revista "Bat" desde hace más de 10 años.

13.2.- Para ello analicemos el problema matemático tal como se nos presenta.



Partamos de la **situación anisotrópica normal**.

La población monolingüe *b* es de volumen despreciable. $N_B = 0$. Y la población monolingüe *a* de lengua A se distribuye anisotrópicamente:

- una parte, g, está "integrada"lingüísticamente, en convivencia con la población bilingüe x
- la otra parte, $1 - g$, no está "integrada", y lleva su vida lingüística al margen de la población bilingüe.

Ya sabemos que, en tal caso, el **uso total** de la lengua B es:

$$\boxed{p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{(ge_A + e_X)^{n-1}}}$$

Sabemos así calcular los niveles de uso de la lengua B en los diferentes grupos:

$$p'_{2B} = m_{2B} \frac{e_X^2}{ge_A + e_X}$$

$$p'_{3B} = m_{3B} \frac{e_X^3}{(ge_A + e_X)^2}$$

$$p'_{4B} = m_{4B} \frac{e_X^4}{(ge_A + e_X)^3}$$

$p'_{nB} =$ indica **la proporción** de grupos de n locutores que **comunican** en lengua B;

$m_{nB} =$ los niveles de **lealtad** hacia B de los bilingües cuando comunican en un grupo de n locutores;

$e_X =$ es el nivel de **bilingüismo**: proporción de los bilingües en la comunidad;

$e_A =$ la **proporción** de los monolingües a en la comunidad;

$g =$ el **grado de isotropía** correspondiente a la **proporción de monolingües** a "integrados" lingüísticamente, y en contacto con la comunidad bilingüe;

$n =$ el número de locutores del grupo considerado.

13.21.- Supongamos que en esa población, comunidad lingüística, conjunto de locutores, hay un total de N_t grupos.

Esos grupos son de 2 personas, de 3 personas, de 4, etc.; según la siguiente serie:

N_2 grupos de 2 locutores;

N_3 grupos de 3 locutores;

N_4 grupos de 4 locutores;

N_5 grupos de 5 locutores;

N_t total de **todos** los grupos.

Los **pesos estadísticos** de los diferentes grupos serán:

$$W_2 = \frac{N_2}{N_t} \text{ peso de los grupos de 2 locutores}$$

$$W_3 = \frac{N_3}{N_t} \text{ peso de los grupos de 3 locutores}$$

$$W_4 = \frac{N_4}{N_t} \text{ peso de los grupos de 4 locutores}$$

etc., etc.

Si llamamos A (como hacemos frecuentemente)

$$A = ge_A + e_X$$

podemos escribir:

$$p'_{2B} = \frac{e_X^2}{A}$$

$$p'_{3B} = \frac{e_X^3}{A^2}$$

$$p'_{4B} = \frac{e_X^4}{A^3} \qquad \text{etc.}$$

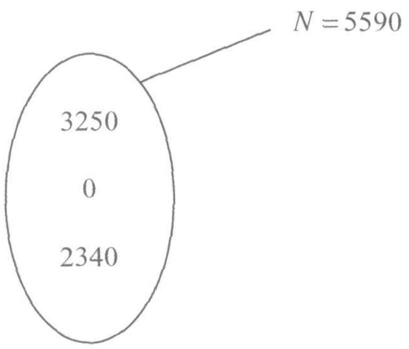
lo que da para la **presencia total** de B, teniendo en cuenta el peso estadístico de los diferentes grupos:

$$p'_B = \frac{N_2}{N_t} \cdot m_{2B} \cdot \frac{e_X^2}{A} + \frac{N_3}{N_t} \cdot m_{3B} \cdot \frac{e_X^3}{A^2} + \ldots$$

es decir:

(general) $$\boxed{p'_B = W_2 m_{2B} \frac{e_X^2}{A} + W_3 m_{3B} \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 m_{4B} \frac{e_X^4}{A^3} + \ldots}$$

13.22.- Aclarémoslo con un ejemplo numérico.
Volvamos al ejemplo dado en 5.2:



$$e_A = 0{,}58139$$

$$e_X = 0{,}41865$$

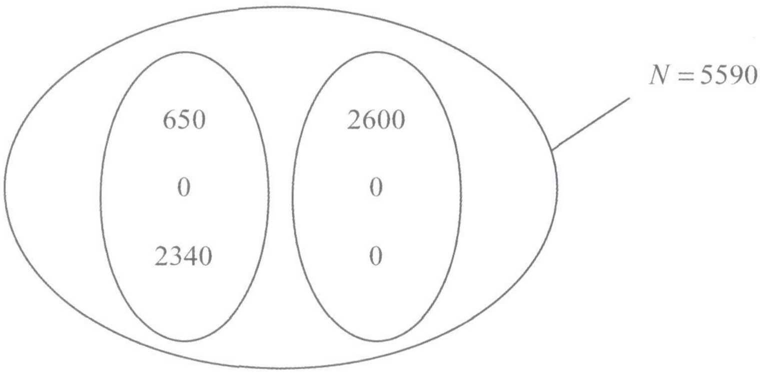
Y supongamos un grado de isotropía $g = \mathbf{0{,}2}$
Es decir:

$$gN_A = 0{,}2.3250 = 650 \text{ “integrados”}$$

$$(1-g)N_A = 0{,}8.3250 = 2600 \text{ “no-integrados”}$$

$$A = ge_A + e_X = 0{,}2.0{,}58139 + 0{,}41861 = 0{,}534888$$

que corresponde al siguiente esquema de base:



Y vamos a suponer que la lealtad de los bilingües es invariable en los diferentes grupos de locutores:

$m_{2B} = m_{3B} = m_{4B} = ... = m_B = 0{,}64$

Esto quiere decir, repitamos, que los **bilingües**, **entre ellos**, cuando no hay monolingües *a* en presencia, y pueden elegir libremente A o B para su comunicación "entre ellos", eligen (como se ha visto estadísticamente) B en un 64% de los casos y en A en el 36% restante.

O sea que tenemos:

$$A = ge_A + e_X = 0{,}2.0{,}58139 + 0{,}41861 = 0{,}534888$$

Lo que ofrece los siguientes niveles de uso de B para los diferentes grupos:

$$p'_{2B} = 0{,}64\frac{0{,}41861^2}{0{,}534888} = 0{,}64\frac{0{,}175234}{0{,}534888} = 0{,}209670$$

$$p'_{3B} = 0{,}64\frac{0{,}41861^3}{0{,}534888^2} = 0{,}64\frac{0{,}073355}{0{,}286105} = 0{,}164047$$

$$p'_{4B} = 0{,}64\frac{0{,}41861^4}{0{,}534888^3} = 0{,}64\frac{0{,}030707}{0{,}153034} = 0{,}1284419$$

$$p'_{5B} = 0{,}64\frac{0{,}41861^5}{0{,}534888^4} = 0{,}64\frac{0{,}012854}{0{,}081856} = 0{,}100500$$

$$p'_{6B} = 0{,}64\frac{0{,}41861^6}{0{,}534888^5} = 0{,}64\frac{0{,}005381}{0{,}043784} = 0{,}078655$$

Serie decreciente al aumentar *n*, lo que es normal.

Al pasar a la **influencia global** de estos usos habrá que afectarlos de los pesos estadísticos respectivos.

Supongamos que, en este caso concreto, por observación empírica, constatamos que hay:

$N_2 = 172$ grupos de 2 locutores

$N_3 = 115$ grupos de 3 locutores

$N_4 = 48$ grupos de 4 locutores

$N_5 = 29$ grupos de 5 locutores

$N_6 = 12$ grupos de 6 locutores

($N_t = 376$)

Y que prescindimos, por razones prácticas, de los grupos más numerosos; por ser muy poco numerosos.

Tenemos, en consecuencia:

$$W_2 = {}^{172}\!/_{376} = 0{,}457447$$
$$W_3 = {}^{115}\!/_{376} = 0{,}305851$$
$$W_4 = {}^{48}\!/_{376} = 0{,}127660$$
$$W_5 = {}^{29}\!/_{376} = 0{,}077128$$
$$W_6 = {}^{12}\!/_{376} = 0{,}031915$$

que dan para la presencia total de B:

$$\begin{aligned} p'_B = \; & 0{,}209670.0{,}457447 = 0{,}0959129 \\ & 0{,}164047.0{,}305851 = 0{,}050174 \\ & 0{,}128419.0{,}127660 = 0{,}016394 \\ & 0{,}100500.0{,}077128 = 0{,}007751 \\ & 0{,}078655.0{,}031915 = 0{,}002510 \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad = 0{,}172742 \end{aligned}$$

$$\mathbf{p'_B = 17{,}2742\%}$$

Este es **el nivel global** de utilización de B.

Que es tanto como decir que el uso global de A es:

$$\mathbf{p'_A = 0{,}827258} \; (= 82{,}7258\%)$$

La lengua A es ampliamente dominante.

No solamente en el conjunto de grupos, tomado globalmente, sino en todos los subconjuntos (de 2, 3, 4, 5... locutores), hemos visto que el uso de B es minoritario.

%20,97 / %16,40 / %12, 83 / %10,05 / %7,87; etc.

A pesar de que el nivel de bilingüismo es aparentemente alto:

$$e_X = 41{,}861\%$$

bien por encima de lo que se da en muchísimos pueblos del País Vasco actual (o de Letonia, respecto al ruso, por dar un ejemplo exterior), el nivel de uso es bajo.

13.221.- Volvamos a la expresión general de la utilización de la lengua B:

$$\boxed{p'_B = W_2 m_{2B} \frac{e_X^2}{A} + W_3 m_{3B} \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 m_{4B} \frac{e_X^4}{A^3} + W_5 m_{5B} \frac{e_X^5}{A^4} + \ldots}$$

Con

$$\boxed{A = g e_A + e_X}$$

Basta calcular la derivada parcial de este uso p'_B respecto a g (como hemos hecho ya anteriormente), para constatar que esa derivada es **siempre negativa**.

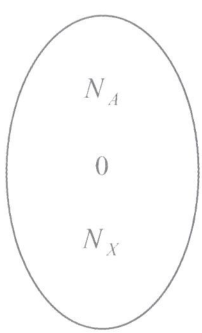
Eso quiere decir que si g crece p'_B disminuye; y que, análogamente, **si *g* decrece p'_B crece. Cuanto mayor es la anisotropía, mayor es el nivel de uso de B. E, inversamente, cuanto menor es la anisotropía, menor es el uso de B**.

Dado que:

$$\boxed{0 \le g \le 1}$$

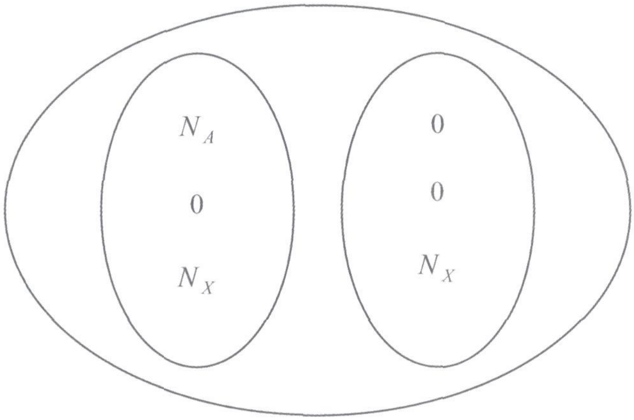
La conclusión (que es opuesta a lo que se propugna en ciertos medios políticos, **rigurosamente analfabetos** en el terreno de la sociolingüística) es clara:

- la situación de **isotropía total** ($g = 1$):



Es la que conduce al **uso mínimo de B**.

- la situación de **anisotropía total** ($g = 0$):



Es la que conduce **al uso máximo de B**.

Todo aumento de la isotropía frena el uso de B. A la inversa, **todo aumento de la anisotropía favorece el uso de B**.

13.222.- Para calcular esos **máximo** y **mínimo**, bastará dar a g los valores **0** y **1**.

- p'_B **máximo** (en **anisotropía total**)

$$A = ge_A + e_X = e_X$$

$$p'_B\,(\max) = W_2 m_{2B} \frac{e_X^2}{e_X} + W_3 m_{3B} \frac{e_X^3}{e_X^2} + W_4 m_{4B} \frac{e_X^4}{e_X^3}. + \ldots$$

Es decir:

$$\boxed{p'_B\,(\max) = e_X \left(W_2 m_{2B} + W_3 m_{3B} + W_4 m_{4B} + \ldots\right)}$$

- Cuando m_B **es constante**:

$$\boxed{p'_B\,(\max) = e_X m_B}$$

- p'_B **mínimo** (en isotropía total):

$$A = 1.e_A + e_X = 1$$

$$\boxed{p'_B\,(\min) = e_X\left(W_2 m_{2B} e_X + W_3 m_{3B} e_X^2 + W_4 m_{4B} e_X^3 + \dots\right)}$$

- Cuando m_B **es constante**:

$$\boxed{p'_B\,(\min) = e_X m_B\left(W_2 e_X + W_3 e_X^2 + W_4 e_X^3 + \dots\right)}$$

13.3.- Ilustremos lo que venimos diciendo con un ejemplo numérico (volviendo a 5.2):

$$\begin{cases} N_A = 3250 \quad (N_X = 2340) \\ g = 0{,}2 \text{ (fuerte anisotropía)} \\ m_B = 0{,}64 \text{ (constante).} \end{cases}$$

Con $e_X = 0{,}41861$; $e_A = 0{,}58139$

Que nos ha dado (ver 13.22.)

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}209670 \\ p'_{3B} = 0{,}164047 \\ p'_{4B} = 0{,}128419 \\ p'_{5B} = 0{,}100500 \\ p'_{6B} = 0{,}078655 \end{cases}$$

Mantengamos los pesos estadísticos de los grupos:

$$\begin{cases} W_2 = 0{,}457447 \\ W_3 = 0{,}305851 \\ W_4 = 0{,}127660 \\ W_5 = 0{,}077128 \\ W_6 = 0{,}031915 \end{cases}$$

- Supongamos **isotropía total** ($g = 1$).

$$p'_B\ (\min) = 0{,}41861.0{,}64\ (= 0{,}267910)$$
$$0{,}457447.0{,}41861 = 0{,}191492$$
$$0{,}305851.0{,}41861 = 0{,}053596$$
$$0{,}127660.0{,}41861^3 = 0{,}009364$$
$$0{,}077128.0{,}41861^4 = 0{,}002368$$
$$0{,}031915.0{,}41861^5 = \underline{0{,}000410}$$

$$\frac{p'_B\ (\min) = 0{,}068914}{(<< 0{,}172742)}$$

El uso de B es **inferior** en situación isotrópica.

- Supongamos, en el otro extremo, **anisotropía total** ($g = 0$)

$$p'_B\ (\max) = 0{,}41861.0{,}64 = 0{,}267910$$
$$\frac{p'_B\ (\max) = 0{,}267910}{(>> 0{,}172742)}$$

El uso de B es **superior** en **anisotropía total**.

13.4.- Dicho claramente: **la isotropía es etnocida, y la peor de las soluciones posibles desde el punto de vista de la utilización de la lengua B**.

13.5.- La expresión general:

$$\boxed{p'_B = W_2 m_{2B} \frac{e_X^2}{A} + W_3 m_{3B} \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 m_{4B} \frac{e_X^4}{A^3} + \ldots}$$

relaciona el **uso global** de B, con **los niveles de conocimiento** (e_X, e_A), las lealtades de los bilingües, el **grado de isotropía** de los monolingües *a*, del **tamaño** de los grupos, y de la **distribución** de los grupos.

Como se ve el nivel de uso depende de muchas variables; y no hay respuestas fáciles.

Los **niveles de conocimiento** de las lenguas son **uno** de los factores determinantes. Sin duda.

Pero también lo son:

- las **lealtades** de los bilingües [$m_{2B}, m_{3B}, m_{4B} \ldots$];
- el **grado de isotropía** [g] de los monolingües *a*;
- el **tamaño** de los grupos de interlocución [n];

- los **pesos estadísticos** respectivos $[W_2, W_3, W_4 ...]$ de los grupos 2, 3, 4... locutores respecto al total de todos los grupos de locutores.

No cabe simplificar las respuestas sin falsear totalmente el problema.

Lo que sí puede hacerse es **acotar** las soluciones, o bien hallar **soluciones particulares para casos especiales concretos**.

Tenemos la friolera de 2 variables generales, (g, n), todo el grupo de las lealtades de los bilingües en los diferentes grupos y la serie de pesos estadísticos... La complejidad es enorme.

Con una visión **pragmática** del problema, se impone la búsqueda de **soluciones parciales**.

Son éstas las que serán objeto del capítulo próximo.

Sin perjuicio de que, efectuando las mediciones necesarias, pueda abordarse el problema con toda generalidad.

XIV
En busca de soluciones pragmáticas

14.1.- El uso de la lengua B, como venimos repitiendo viene dado por la expresión

$$p'_B = W_2 m_{2B} \frac{e_X^2}{A} + W_3 m_{3B} \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 m_{4B} \frac{e_X^4}{A^3} + W_5 m_{5B} \frac{e_X^5}{A^4} + ...$$

En la que:

$$A = g e_A + e_X$$

Lo normal es que conozcamos, por medición de campo, o por Censo,los valores e_A y e_X.

También podemos conocer, por medición empírica **el uso de B**, "en la calle", $\boldsymbol{p'_B}$; que mide, repetimos, la proporción , global, de los grupos que comunican en lengua B, con relación al total de grupos cuya comunicación analizamos.

En cuanto a la serie de los parámetros $\boldsymbol{W}$ $(W_2, W_3, W_4, W_5 ...)$ son conocidos por **observación directa** de los grupos 2, 3, 4, 5... locutores.

Pero hay otras variables que **no pueden estimarse** por observación directa:

- las diversas **lealtades** de los bilingües hacia la lengua B ($m_{2B}, m_{3B}, m_{4B} ...$) en los diferentes grupos;
- la tasa de **integración lingüística** (g) de los monolingües a (de lengua A) en la comunidad.

Tenemos en definitiva las **siguiente incógnitas**:

- las diferentes **lealtades** de los bilingües;
- la tasa de **isotropía**, o el nivel de integración lingüística de los monolingües $\boldsymbol{a}$.

Si solo efectuamos **una** medición global, $\boldsymbol{p'_B}$, del uso de B, tendremos una sola ecuación para todo un conjunto de incógnitas.

Y el problema de la estructura y funcionamiento de la comunidad será **irresoluble, por matemáticamente indeterminado**.

14.2.- Una primera aproximación puede ser **acotar** los valores la tasa de isotropía.

Para ello bastará con tener en cuenta los límites de la **lealtad** de los bilingües:

$$0 \leq m_B \leq 1$$

Tomando $m_B = 1$ $(= m_{2B} = m_{3B} = m_{4B} = m_{5B} = ...)$ obtenemos:

$$p'_B = W_2 \frac{e_X^2}{A} + W_3 \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 \frac{e_X^4}{A^3} + W_5 \frac{e_X^5}{A^4} + ...$$

Si ahora suponemos, para una aproximación pragmática, que
$W_4 = W_5 = W_6 = ... = 0$

La ecuación puede escribirse:

$$p'_B = W_2 \frac{e_X^2}{A} + W_3 \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 \frac{e_X^4}{A^3}$$

Es decir:

$$\boxed{p'_B\ A^3 - W_2 e_X^2 A^2 - W_3 e_X^3 A \ - W_4 e_X^4 = 0}$$

Que es una ecuación en A de tercer grado, matemáticamente resoluble.

Conocemos $\boldsymbol{e_X}$ (nivel de bilingüismo individual) por censo o encuesta particular; y $\boldsymbol{p'_B}$ (nivel de uso de B) por medición global empírico.

14.21.- Para que la ecuación sea resoluble tenemos que conocer los pesos estadísticos $\boldsymbol{W_i}$ de los grupos de 2, 3, 4... locutores.

Por dar un ejemplo, para aclarar las ideas, supongamos que hemos observado 100 grupos ($N = 100$); y que hemos constatado que la distribución es la siguiente:

$$\left\{\begin{array}{l} N_2 = 52 \text{ parejas} \\ N_3 = 35 \text{ tríos} \\ N_4 = 13 \text{ cuartetos} \end{array}\right.$$

Esto nos llevaría a:

$$\left\{\begin{array}{l} W_2 = 0{,}52 \\ W_3 = 0{,}35 \\ W_4 = 0{,}13 \end{array}\right.$$

Si el uso total de B es $\boldsymbol{p'_B = 0{,}16}$ y el nivel de bilingüismo $\boldsymbol{e_X = 0{,}35}$:

$$0{,}16.A^3 - 0{,}52.0{,}35^2.A^2 - 0{,}35.0{,}35^3.A - 0{,}13.0{,}35^4 = 0$$

$$0{,}16.A^3 - 0{,}0637.A^2 - 0{,}015.A - 0{,}00195 = 0$$

resolviendo esta ecuación obtenemos A.

De aquí:

$$\boxed{g = \frac{A - e_X}{1 - e_X}}$$

Que nos da un valor crítico para g.

Ya hemos visto que $\underline{p'_B}$ alcanza su **mínimo** cuando g llega a su **máximo**.

Para valores **mayores** de g el uso de B disminuye.

Pero, por otra parte, suponiendo $m_B = 1$ estamos suponiendo el uso máximo de B para esos parámetros.

Es decir:

$$p'_B < W_2 \frac{e_X^2}{A} + W_3 \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 \frac{e_X^4}{A^3}$$

o lo que es lo mismo:

$$p'_B A^3 - W_2 e_X^2 A^2 - W_3 e_X^3 A \ - W_4 e_X^4 < 0$$

que nos permite **acotar A y *g***.

14.22.- En esa **acotación** de las soluciones posibles (y de los valores límite de *g*), el Profesor X. Isasi va más lejos; y basado en múltiples mediciones empíricas propone, como primera aproximación, la siguiente terna de valores:

$$\begin{cases} W_2 = 0{,}5488 \\ W_3 = 0{,}2862 \\ W_4 = 0{,}1650 \end{cases}$$

y considera nulos los demás pesos estadísticos:

$$W_5 = W_6 = W_7 = \ldots = 0$$

Con lo que la ecuación general pasa a ser:

$$\boxed{p_B' A^3 - 0{,}5488.e_X^2 A^2 - 0{,}2862.e_X^3 A \ - 0{,}1650.e_X^4 < 0}$$

Conocidos p'_B y e_X vamos a poder obtener una primera aproximación de A (y de *g*) para $m_B = 1$ (para un comportamiento óptimo de los bilingües respecto a la lengua B).

Bastará hacer $m_B = 0{,}5$; 0,6; 0,8; etc. para ir obteniendo los **valores límites**, respectivos, de A y *g*; e ir obteniendo así cuantas **soluciones particulares** se nos antoje. Pues la ecuación de tercer grado tiene solución analítica conocida (Cardano – Vietta); sea ésta, o no, más o menos **engorrosa** para los cálculos.

Pero el problema que nos ocupa no es tanto acotar los valores de *g*, para valores de m_B fijados arbitrariamente, cuanto **hallar los valores – solución** para una comunidad sociolingüística dada.

14.3.- La única **solución operativa** del problema consiste en efectuar las **mediciones de uso de B**, empíricas, de campo, que sean necesarias, y obtener, a partir de ellas, los valores de *g* (grado de isotropía) y de m_B (lealtades respectivas de los bilingües en los grupos de 2, 3, 4... locutores), con lo que el problema **no queda simplemente acotado**, sino **numéricamente resuelto** a todos los efectos.

Para ello volveremos a la ecuación general:

$$\boxed{p'_B = W_2 m_{2B} \frac{e_X^2}{A} + W_3 m_{3B} \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 m_{4B} \frac{e_X^4}{A^3} + \ldots}$$

De la que deducimos (para $W_5 = W_6 = W_7 = \ldots = 0$)

$$\boxed{p'_B\ A^3 - W_2 e_X^2 A^2 - W_3 e_X^3 A \ - W_4 e_X^4 = 0}$$

Ecuación de tercer grado en A, matemáticamente resoluble.
Una vez obtenido A, calcularemos g:

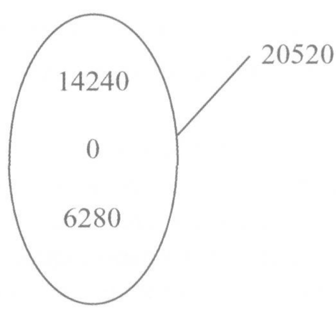
$$\boxed{g = \frac{A - e_X}{1 - e_X}}$$

Teniendo ahora en cuenta lo expuesto en el **Cap. XIII** será posible calcular las diversas **lealtades**, y conocer, en definitiva, el funcionamiento socio-lingüístico de esa comunidad.

Resolvamos, como ilustración, un caso numérico concreto.

14.4.- Sea una comunidad lingüística de las siguientes características:

$$\begin{cases} N_A = 14240 \\ N_X = 6280 \\ N = 20520 \end{cases}$$



Es decir:

$$\begin{cases} e_A = 0{,}693957 \\ e_X = 0{,}306043 \end{cases}$$

Supongamos que se han efectuado las mediciones oportunas del **uso de B** "en la calle"; habiéndose obtenido:

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}170 \ (= 17\%) \\ p'_{3B} = 0{,}110 \ (= 11\%) \\ p'_{4B} = 0{,}072 \ (= 7{,}2\%) \\ p'_{5B} = 0{,}048 \ (= 4{,}8\%) \end{cases}$$

Y que se nos pide **una opinión** sobre la situación, y sobre las **posibles medidas** a adoptar para mejorar el nivel de uso de B.

14.41.- Empecemos por recordar el tópico habitual: "Hay un 30,6% de bilingües; pero B solo se usa en el 17% de los grupos (o incluso 11%, 7,2% y 4,8%, sucesivamente). Luego hay un 30,6 – 17 = 13,6% de los bilingües que nunca usa B (o incluso 19,6%, etc.).

Es decir, hay una **enorme desidia** por parte de los bilingües.

Esta apreciación es totalmente errónea, como vamos a ver; y culpabiliza injustamente a los bilingües.

14.42.- Efectuemos los cálculos oportunos.

Ya hemos visto que:

$$m_{2B} = \frac{Ap'_{2B}}{e_X^2}$$

$$m_{3B} = \frac{A^2 p'_3}{e_X^3}$$

$$m_{4B} = \frac{A^3 p'_{4B}}{e_X^4}$$

$$m_{5B} = \frac{A^4 p'_{5B}}{e_X^5}$$

Sabemos que $m_{4B} \approx m_{5B}$. De donde:

$$\frac{A^3 p'_{4B}}{e_x^4} = \frac{A^4 p'_{5B}}{e_X^5}$$

Fe de errata:
Esta ecuación ha sido modificada siguiendo las indicaciones del autor

$$p'_{4B} = \frac{Ap'_{5B}}{e_X}$$

De donde: $$A = e_X \frac{p'_{4B}}{p'_{5B}}$$

O sea:
$$A = 0{,}30643\frac{0{,}072}{0{,}048} = 0{,}459064$$

Y de ahí:

$$m_{2B} = \frac{0{,}459064.0{,}1700}{0{,}306043^2} = 0{,}827487$$
$$m_{3B} = \frac{0{,}459064^2.0{,}110}{0{,}306043^3} = 0{,}808700$$
$$m_{4B} = \frac{0{,}459064^3.0{,}072}{0{,}306043^4} = 0{,}793970$$

Por otra parte:

$$A = ge_A + e_X$$

$$g = \frac{A - e_X}{1 - e_X} = \frac{0{,}459064 - 0{,}306043}{0{,}693957} = 0{,}220505$$

Es decir, estamos en presencia de:

14.421.- una **bajísima tasa de isotropía** (g = 0,22) (o lo que es lo mismo: una **fortísima anisotropía**). Las relaciones socio-lingüísticas están lejos de ser "neutras": los bilingües "viven entre ellos" (viven "compactados", si utilizamos el lenguaje del socio-lingüista J. M. Sánchez Carrión). Y gracias a este hecho se sigue utilizando B en proporciones que permiten "que se oiga algo".

Si hubiera **isotropía** (g = 1), los niveles de uso de B sería los siguientes:

$$p'_{2B} = m_{2B}\frac{e_X^2}{A}$$
$$p'_{3B} = m_{3B}\frac{e_X^3}{A^2}, \text{ etc.}$$

Con
$$A = ge_A + e_X = 1$$

O sea:

$$p'_{2B} = m_{2B} e_X^2$$
$$p'_{3B} = m_{3B} e_X^3$$
$$p'_{4B} = m_{4B} e_X^4$$
$$p'_{5B} = m_{5B} e_X^5$$

que vamos a calcular inmediatamente.

14.422.- Unas lealtades altísimas:

$$\begin{cases} m_{2B} = 0{,}827487 \\ m_{3B} = 0{,}808700 \\ m_{4B} = 0{,}793970 \end{cases}$$

Los bilingües utilizan B entre ellos con extraordinaria frecuencia:
$m_{2B} = 82{,}75\%; m_{3B} = 80{,}87\%; m_{4B} = 79{,}40\%$

Hablar de la "desidia de los bilingües" es injusto y es FALSO.

14.423.- Volvamos a la isotropía
Si hubiera isotropía, los niveles de uso serían:

$$\begin{cases} p'_{2B} = 0{,}827487.0{,}306043^2 = 0{,}077504 \;\; (7{,}7\%) \\ p'_{3B} = 0{,}808700.0{,}306043^3 = 0{,}023181 \;\; (2{,}3\%) \\ p'_{4B} = 0{,}793970.0{,}306043^4 = 0{,}006965 \;\; (0{,}7\%) \end{cases}$$

que están bien por debajo de los medidos:

$$0{,}077504 \ll 0{,}170$$
$$0{,}023181 \ll 0{,}110$$
$$0{,}006965 \ll 0{,}072$$

La lengua se sigue usando porque hay una fuerte anisotropía. Si hubiera isotropía su presencia social sería prácticamente imperceptible; sobre todo en los grupos numerosos.

14.423.- ¿Cómo aumentar el uso de B? Ya lo sabemos.

1- aumentar la **anisotropía**;
2- aumentar la **lealtad** de los bilingües;
3- aumentar el **nivel de bilingüismo** individual.

14.4231.- ¿Cabe aumentar la anisotropía?
No es posible contestar adecuadamente sin conocer la comunidad de que hablamos.

Pero $g = 0{,}22$ es ya bajísimo; y probablemente no es fácil ir más lejos.

14.4232.- ¿Cabe aumentar la **lealtad** de los bilingües?

Está ya altísima: $m_B \approx 80\%$

Y probablemente no es fácil llegar más lejos.

14.4233.- ¿Cabe mejorar el nivel de bilingüismo individual?

Estamos en $e_X = 0{,}306043$, con $e_A = 0{,}693957$.

Aquí sí que hay posibilidad clara de mejorar.

Ese $e_A = 0{,}693957$ corresponde a:

$N_A = 0{,}693957.20520 = 14240$ monolingües a.

Si, a través de un trabajo de bilingualización se consigue, por ejemplo, que 2.000 monolingües pasen a ser bilingües (bilingües **reales**, **operativos**, capaces de comunicar en B, **sin imponer A** a su alrededor), tendríamos:

$$\begin{cases} N_A = 12240 \\ N_X = 8280 \end{cases}$$

que dan, respectivamente:

$$\begin{cases} e_A = 0{,}596491 \\ e_X = 0{,}403509 \end{cases}$$

Con los cuales dejando intactos los niveles de isotropía g y de lealtad m_B de los bilingües, nos llevan a los siguientes niveles de uso:

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{e_X^n}{A^{n-1}}$$

$$A = ge_A + e_X = 0{,}220505.0{,}596491 + 0{,}403509 = 0{,}535038$$

$$p'_{nB} = m_{nB} \frac{0{,}403509^n}{0{,}535038^{n-1}}$$

$n = 2$ $$p'_{2B} = 0{,}827487 \cdot \frac{0{,}403509^2}{0{,}535038} = 0{,}251816 \ (>> 0{,}170)$$

$n = 3$ $$p'_{3B} = 0{,}808700 \frac{0{,}403509^3}{0{,}535038^2} = 0{,}184899 \ (>> 0{,}110)$$

$n = 4$ $$p'_{4B} = 0{,}793970 \frac{0{,}403509^4}{0{,}535038^3} = 0{,}137423 \ (>> 0{,}072)$$

$$n = 5 \qquad p'_{5B} = 0{,}793970 \frac{0{,}403509^5}{0{,}535038^4} = 0{,}103640 \ (>> 0{,}048)$$

Al aumentar el número de bilingües, aumenta el nivel de uso.

Ahora bien: ¿Cuál es el costo, económico y humano, para hacer bilingües a 2000 personas?

Esto es lo que debe cifrarse al hacer la **planificación lingüística**: número de clases necesarias, horas lectivas, profesores que han de dedicarse al trabajo, costos, etc.

Estamos realmente en disposición de hacer un **diagnóstico** válido de la situación, y de hacer **previsiones concretas** para la normalización lingüística.

Lo que también queda claro es que estamos muy lejos de alcanzar una sociedad bilingüe con usos equilibrados de las dos lenguas.

Incluso tras el logro de los 2000 bilingües complementarios, A seguirá siendo lengua dominante a todos los niveles:

$$p'_{2A} = 0{,}748184 \ (> 0{,}251816)$$
$$p'_{3A} = 0{,}815101 \ (> 0{,}184899)$$
$$p'_{4A} = 0{,}862577 \ (> 0{,}137423)$$
$$p'_{5A} = 0{,}89636 \quad (> 0{,}103640)$$

bien por encima de los usos de B correspondientes, y por encima también del 50% de equilibrio.

XV
Modus operandi

15.1.- De todo lo que hemos venido diciendo se deduce que se pueden calcular el **máximo** (o el **mínimo**) del uso de B para una situación dada en función de los 4 parámetros fundamentales:

- nivel de bilingüismo individual e_X;
- tasa de isotropía g;
- lealtad de los bilingües m_B;
- tamaño del grupo considerado n.

Hay con todo varios extremos que merecen atención; en especial el **uso máximo absoluto de B** para una tasa de isotropía y un nivel de bilingüismo dados.

En efecto, para $g = 0$ (anisotropía total)

$$p'_{B(\max)} = W_2.1.\frac{e_X^2}{e_X} + W_3.1.\frac{e_X^3}{e_X^2} + W_4.1.\frac{e_X^4}{e_X^3} + W_5.1.\frac{e_X^5}{e_X^4} + \ldots$$

$$= e_X(W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + \ldots) = e_X$$

Es decir: **siempre**:

$$\boxed{p'_B \leq e_X}$$

El uso total de B nunca puede superar el nivel e_X de bilingüismo. Si una medición no cumple este requisito hay que colegir la existencia de errores en la medición.

15.11.- Otra situación extrema se produce para $m_B = 1$ (lealtad total de los bilingües). Entonces:

$$p'_B = W_2\frac{e_X^2}{A} + W_3\frac{e_X^3}{A^2} + W_4\frac{e_X^4}{A^3} + \ldots$$

Haciendo aquí $g = 1$ (isotropía total), obtenemos:

$$p'_B = W_2\frac{e_X^2}{1} + W_3\frac{e_X^3}{1} + W_4\frac{e_X^4}{1} + \ldots$$

$$\boxed{p'_B = W_2 e_X^2 + W_3 e_X^3 + W_4 e_X^4 + \ldots}$$

que mide el uso **máximo posible en isotropía**.

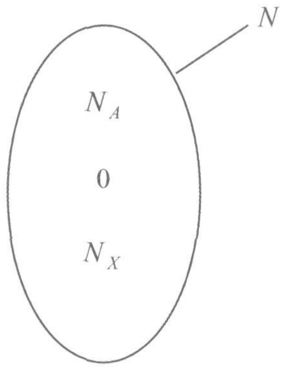
Dicho de otra forma: **si hay isotropía total**.

$$\boxed{p'_B \leq W_2 e_X^2 + W_3 e_X^3 + W_4 e_X^4 + \ldots}$$

Esa cantidad muestra el **empleo isotrópico óptimo**; obviamente, para $\boldsymbol{m_B = 1}$ (lealtad total de los bilingües).

Como lo normal es que haya algún nivel de anisotropía ($g \neq 1$), esos valores no tienen , en general, un interés práctico inmediato.

15.2.- En la situación socio-lingüística "normal" (la que se produce en comunidades con la comunidad de lengua propia B minoritaria, y monolingües *b* de peso irrelevante), podemos considerar, **en primera aproximación**, que el punto de arranque es:



Con $N_B = 0$

En tal caso, el uso total de B es:

$$\boxed{p'_B = W_2 m_{2B} \frac{e_X^2}{A} + W_3 m_{3B} \frac{e_X^3}{A^2} + W_4 m_{4B} \frac{e_X^4}{A^3} + \ldots}$$

Conocemos p'_B por medición empírica

$$p'_B = \frac{N_B}{N_t}$$

N_B : número **total** de grupos **que comunican en B**

N_t : número **total** de grupos **observados** (de 2, 3, 4... locutores)

Los usos en los grupos sucesivos son:

$$p'_{2B} = W_2 \frac{e_X^2}{A}$$

$$p'_{3B} = W_3 \frac{e_X^3}{A^2}$$

$$p'_{4B} = W_4 \frac{e_X^4}{A^3} + \ldots$$

15.3.- Lo primero que hay que hacer es **medir**, **empíricamente**, **en la calle**, los niveles totales de uso de B en los sucesivos niveles:

$$p'_{2B} = \frac{N_{2B}}{N_2}$$

N_{2B} : número total de grupos de 2 locutores que comunican en B;
N_2 : número total de grupos de 2 locutores

Y análogamente:

$$p'_{3B} = \frac{N_{3B}}{N_3}$$

$$p'_{4B} = \frac{N_{4B}}{N_4}$$

$$p'_{5B} = \frac{N_{5B}}{N_5}$$

- Tenemos que observar cuántos grupos hay de 2 locutores (N_2), y cuántos de entre ellos hablan B (N_{2B});

- cuántos grupos hay de 3 locutores (N_3), y cuántos de entre ellos comunican en B (N_{3B});

- cuántos grupos hay de 4 locutores (N_4), y cuántos de entre ellos comunican en B (N_{4B}). Etc., etc.

A partir de estos datos empíricos, procederemos al cálculo de las lealtades sucesivas:

$$m_{2B} = \frac{Ap'_{2B}}{e_X^2}$$

$$m_{3B} = \frac{A^2 p'_{3B}}{e_X^3}$$

$$m_{4B} = \frac{A^3 p'_{4B}}{e_X^4}$$

$$m_5 = \frac{A^4 p'_{5B}}{e_X^5}$$

Para n elevados no hay razón para suponer, como ya hemos dicho que $m_{nB} \neq m_{(n+1)B}$.

Por lo cual, a partir de la medición de uso del grupo observado más numeroso, haremos $m_{nB} = m_{(n+1)B}$.

Si, por ejemplo (como suele ser usual por razones prácticas) poseemos solo p'_{2B}, p'_{3B}, p'_{4B} y p'_{5B}, haremos $m_{4B} = m_{5B}$

De donde:

$$\frac{A^3 p'_{4B}}{e_X^4} = \frac{A^4 p'_{5B}}{e_X^5}$$

$$p'_{4B} = \frac{A p'_{5B}}{e_X}$$

$$\boxed{A = e_X \frac{p'_{4B}}{p'_{5B}}}$$

15.31.- Normalmente, la serie de valores empíricos $p'_{2B} / p'_{3B} / p'_{4B} / p'_{5B} /$ etc. suele ser una serie **decreciente**.

Es decir, **normalmente**:

$$\frac{p'_{4B}}{p'_{5B}} > 1$$

lo que nos lleva, normalmente a:

$$A = e_X \frac{p'_{4B}}{p'_{5B}} > e_X$$

$$\text{y a: } g = \frac{A - e_X}{1 - e_X} > 0$$

Los valores de g **suelen ser positivos**.

- Observemos lo siguiente:

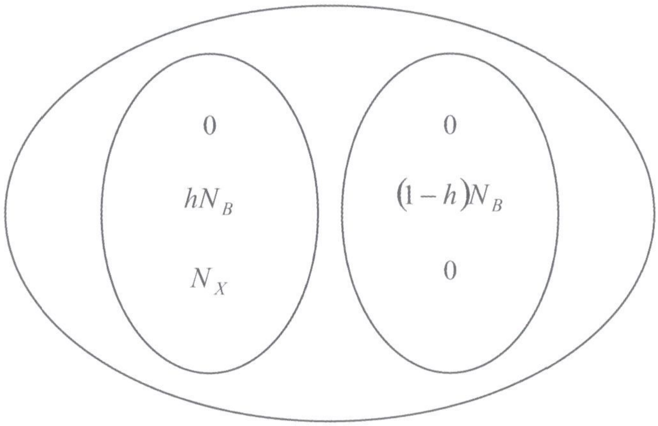
Si **normalmente** la serie de los valores p'_B es una serie **decreciente**; ello implica que, **por consiguiente, la serie de los valores** p'_A **sea creciente**.

Cuanto **mayor** es el grupo, más claramente dominante es la **lengua A**.

15.4.- Pero, a partir de un cierto momento, se produce la **inversión de la situación**.

La lengua B aparece como **creciente** en los grupos cuando aumenta n. Ahora es la comunidad de monolingües b la que presenta distribución anisotrópica, y son los monolingües a los que parecen irrelevantes.

La situación es:



Y $g < 0$ presenta valores negativos.

Ahora es A la lengua cuya presencia disminuye en los grupos numerosos. (ver Cap. X).

15.41.- No quiere esto decir que B sea ya la lengua dominante en todos los grupos (n =2, 3, 4...)

Ya sabemos que con una serie de valores **normal** $p'_{2B} > p'_{3B} > p'_{4B} > p'_{5B} >$ etc. (**decreciente**) **puede ocurrir**, **y ocurre**, que la lengua A **sea dominante** en los grupos numerosos, pero no en los reducidos.

Pero el hecho de que nos encontremos con una serie de valores **anormal**, es decir, **creciente**:

$p'_{2B} < p'_{3B} < p'_{4B} < p'_{5B} <$... indica que ha habido **inversión en la anisotropía**.

Ahora es el sub-conjunto de los locutores monolingües b el que presenta **distribución** anisotrópica: una parte, $N_B h$, está integrada en sus relaciones con la comunidad bilingüe; en tanto que el resto $N_B(1-h)$, se mantiene "al margen". Lo que posibilita un uso de A superior.

La situación se ha invertido.

Ahora hay **anisotropía de segunda especie**.

Los cálculos a efectuar son **exactamente los mismos que en la anisotropía normal**. La lengua A pasa a ocupar la situación de la lengua B; y viceversa.

En caso de necesidad el lector puede remitirse al capítulo X; dedicado a la que hemos llamado "anisotropía de segunda especie".

15.5.- Puede haber casos en que necesitemos ir a las fórmulas generales; no efectuado las simplificaciones derivadas de considerar.

$e_B = 0$

($e_A = 0$ en la anisotropía de 2ª especie).

En ese caso partiremos de las fórmulas generales:

$$p'_{nA} = (1 - e_B)^n - m_{nB} e_X^n$$
$$p'_{nB} = (1 - e_A)^n - m_{nA} e_X^n$$
$$p_{n\phi} = 1 + e_X^n - (1 - e_A)^n - (1 - e_B)^n$$

con

$$m_{nA} + m_{nB} = 1$$

En este caso:

$$p'_{nA} + p'_{nB} \neq 1$$

y los cálculos se complican.

En la situación habitual de las lenguas minorizadas (y de la vasca, en particular) la formulación simplificada presentada en los capítulos anteriores suele ser suficiente.

Por lo que no efectuaremos aquí su análisis exhaustivo.

Bibliografía del autor sobre el tema

José Luis Alvarez Enparantza (1973). "Matematika eta erderomanoak". In *Zeruko Argia*, 527. 8 de Abril de 1973 (también aparece este trabajo en *Euskal Herritik erdal herrietara*, libro publicado en 1978).

— (1984). *Elebidun gizarteen azterketa matematikoa*. UEU, Iruñea. 113 pp.

— (1986). "Euskararen erabilpenaren azterketaz". In *Jakin*, 36. 69-78 pp.

— (1987). "Connaissance et utilisation des langues en milieu partiellement bilingue". In *Cahiers CIRB*, Quebec (H-9). 17 pp.

— (1991). "Euskararen erabilpenaz oinarrizko ondorio batzuk". In *Bat* 3/4. 53-92 pp.

— y Xabier Isasi (1994). *Soziolinguistika Matematikoa*. Bilbo. UEU 205 pp.

— (1999). "Pour une analyse mathématique des situations bilingues". In *Mélanges en honneur de Per Denez*, UP Rennes. 47-56 pp.